Funciones

- Definiciones
- La Prueba de la Línea Vertical
- La Distancia entre dos puntos.
- La forma estándar de una ecuación lineal
- Los ceros de una función.
- Las Funciones Polinomiales
- Las Funciones Cuadráticas.
- Las funciones racionales.
- Operaciones con funciones: La Suma
- Familia de funciones cuadráticas.
- Familia de funciones cúbicas.
- Familia de funciones de valor absoluto.

Ejemplos y ejercicios.

Definición.

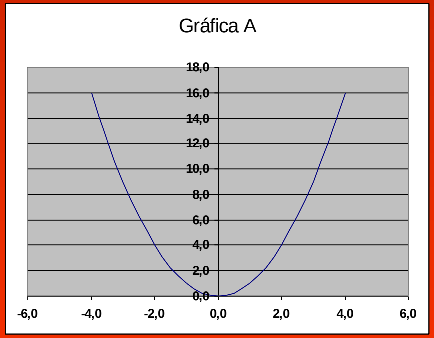
Una *Función* es una relación en la que cada elemento de la variable independiente *x*, que se conocerá como *Dominio* de la función le corresponde un solo elemento del conjunto de valores de la variable dependiente *y* denominado *Rango* de la función.

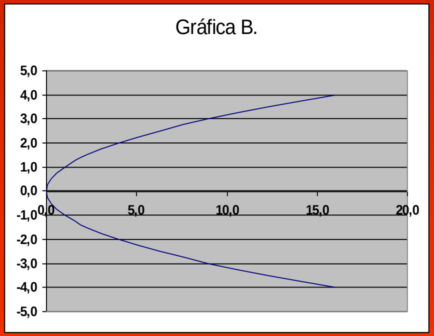
Dominio; Rango; Función.

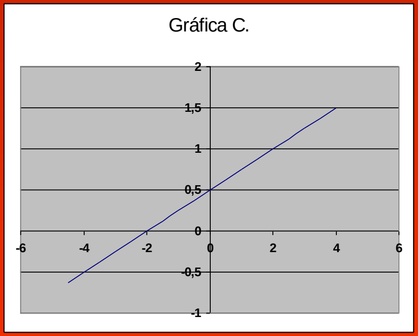
La Prueba de la Línea Vertical.

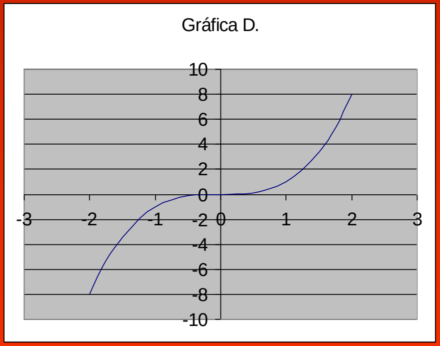
Una sola variable *x* del dominio puede conectar con varias de la variable *y* o rango. Por esto, se puede comprobar que una relación x con y, se hace mediante la prueba de la línea vertical. Trace una línea vertical movible en su gráfica, si esta interfecta a la línea del gráfico entonces la relación no es una función.

¿Cuál de estas relaciones no es una Función?









Respuesta: _La gráfica B. La relación enter x e y no es únivoca.

La función lineal.

Las funciones lineales tienen la forma:

$$f(x) = mx + b; \quad \text{o} \quad y = mx + b$$

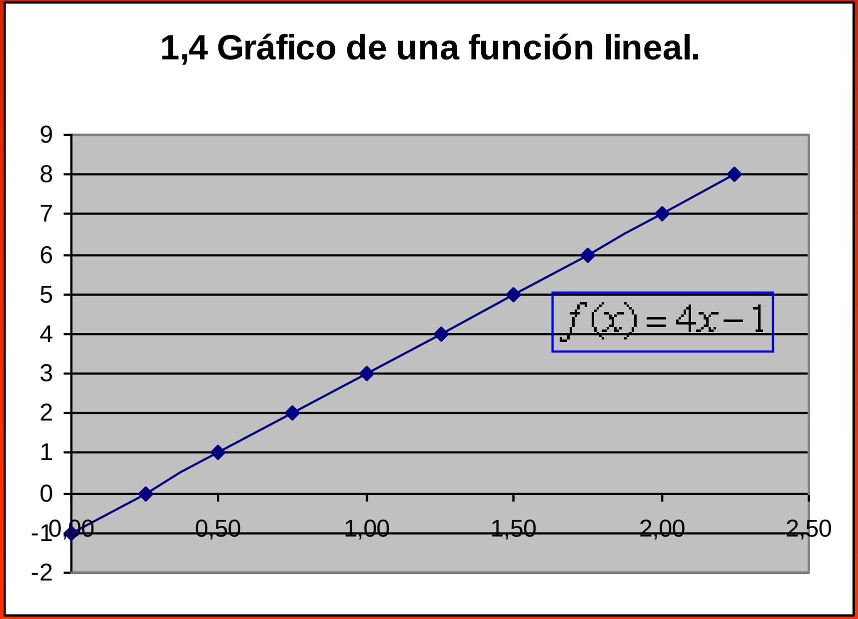
En donde m es la pendiente y b la intersección de la línea de la función en el eje *y*. Por ejemplo:

$$f(x) = 4x - 1$$

La Pendiente es: *4 / 1* esto es: la distancia vertical entre la distancia horizontal)
Y la intersección con el eje y es: *1.*

R: *1; 4 / 1*

x	y
0,00	-1
0,25	0
0,50	1
0,75	2
1,00	3
1,25	4
1,50	5
1,75	6
2,00	7
2,25	8



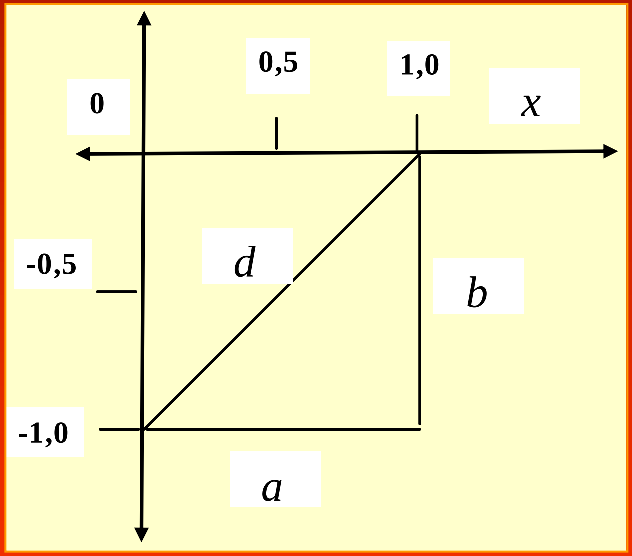
La Distancia entre dos puntos.

La distancia entre dos puntos de una recta se puede encontrar mediante:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo: en la gráfica:

$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2}$$
$$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$$
$$= \sqrt{1+1}$$
$$= \sqrt{2} = 1.4142$$



En un triángulo

$|x_2 - x_1|$ es el cateto *a*

$|y_2 - y_1|$ es el cateto *b*

Y d es la *hipotenusa*

El planteamiento es un teorma famoso de: *Pitágoras*

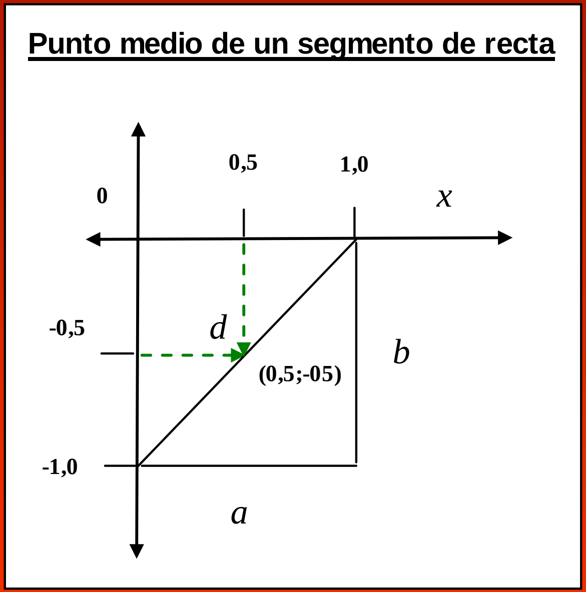
Respuesta: *Pitágoras*; *h* = *hipotenusa*; $(1 - 0)^2 = 1$; *b*; *a*;1,4142; $(-1 - 0)^2 = 1$.

El punto medio.

Elabore un gráfico de un rectángulo cuyas coordenadas son: (1, 1) y ubique los puntos.

El punto medio de un segmento de recta se puede encontrase con la fórmula del punto medio:

$$(\bar{x},\bar{y})=\left[\frac{(x_j+x_i)}{2},\frac{(y_j+y_i)}{2}\right]$$



El punto medio para *x* = 1 es: *0,5*

El punto medio para y = -1 es: *-0,5*

El punto medio del segmento d = (x = 1, y = -1) es: *(0,5; -0,5)*.

En el gráfico, señale mediante líneas punteadas las coordenadas al punto medio d:

R: *-0,5; (0,5; -0,5); 0,5*

La forma estándar de una ecuación lineal

La forma estándar de una ecuación lineal esta definida por:

$$Ax + By + C = 0$$

La pendiente se calcula mediante:

$$m = -\frac{A}{B}$$

La intersección con el eje *y* mediante:

$$b = -\frac{C}{B}$$

El ejemplo que se ha desarrollado puede escribirse como:

$$Ax + C = -By$$

Despejando para y:

$$\frac{Ax + C}{-B} = y$$

Independizando términos a la izquierda de Ec.

$$-\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} = y$$

Sustituyendo:

$$-\left(\frac{4}{-1}\right)x - \left(\frac{-1}{-1}\right) = 4x - 1 = y;$$

R:

$$\frac{Ax + C}{-B} = y$$

$$-\left(\frac{4}{-1}\right)x - \left(\frac{-1}{-1}\right) = 4x - 1 = y;$$

$$Ax + C = -By$$

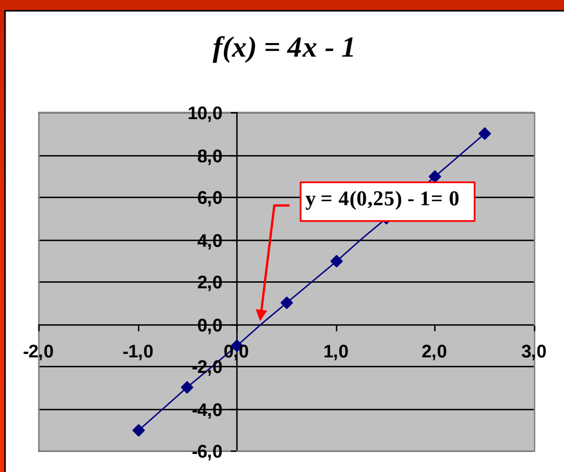
$$-\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} = y$$

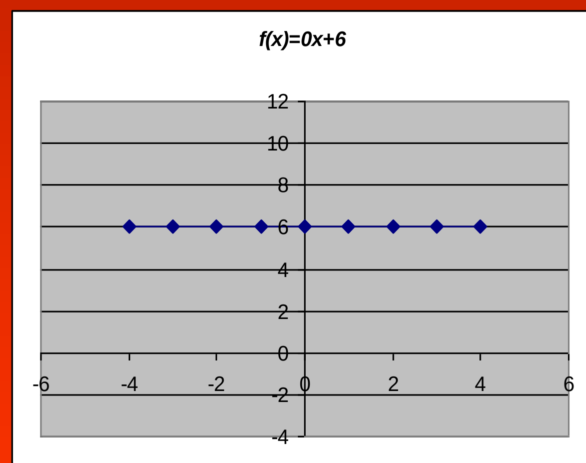
Los ceros de una función.

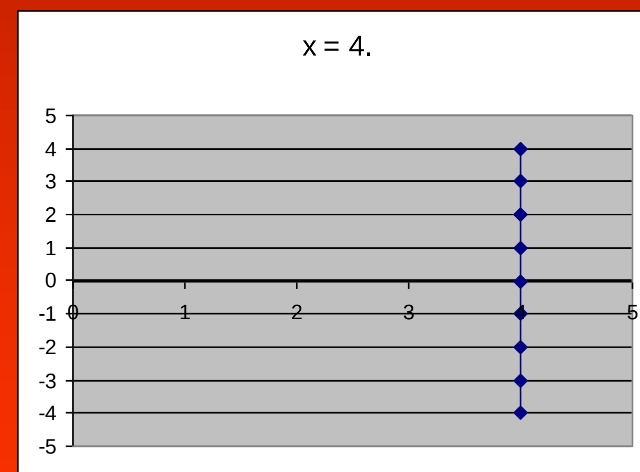
Los ceros de una función se encuentran haciendo *f(x)* = 0 y despejando para *x:*

Grafique las funciones: de los ejemplos e incorpórelos en la diapositiva:

Ej; 1.1: *f(x)* = 4*x* – 1; *f(x) = 0(x) + 6; x = 4*







¿Cuál de los gráficos no representa una función? *<u>El tercero</u>*

Debido a: *<u>La función tiene un sección de puntos vertical al eje x.</u>*

Las Funciones Polinomiales.

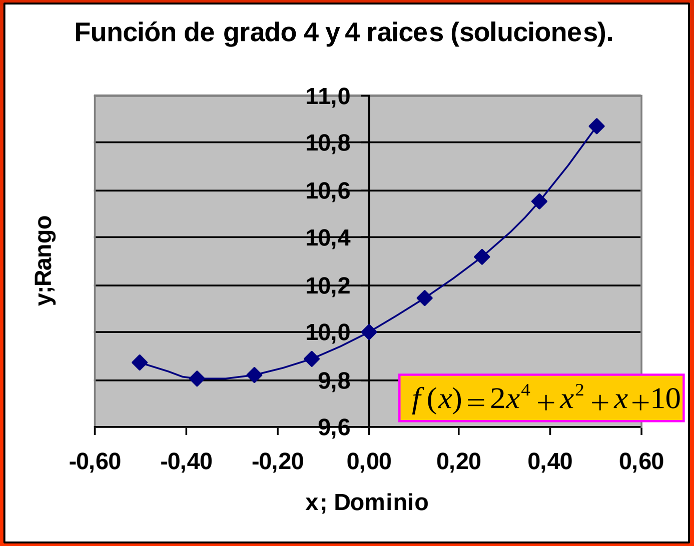
Las funciones polinomiales son de la forma $f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$

1.- Cuando la potencia más alta de la función es un entero impar, hay por lo menos un cero real.
2.- Cuando la potencia más alta es un entero par, puede no haber ceros reales.
3.- Ambos tipos pueden tener raíces imaginarias de la forma *a* + *b*i.
4.- A la potencia más alta de un polinomio se le llama grado.

Ejemplo 1.4. Desarrolle y grafique la función: que tiene 4 ríacices (soluciones).

$$f(x) = 2x^4 + x^2 + x + 10$$

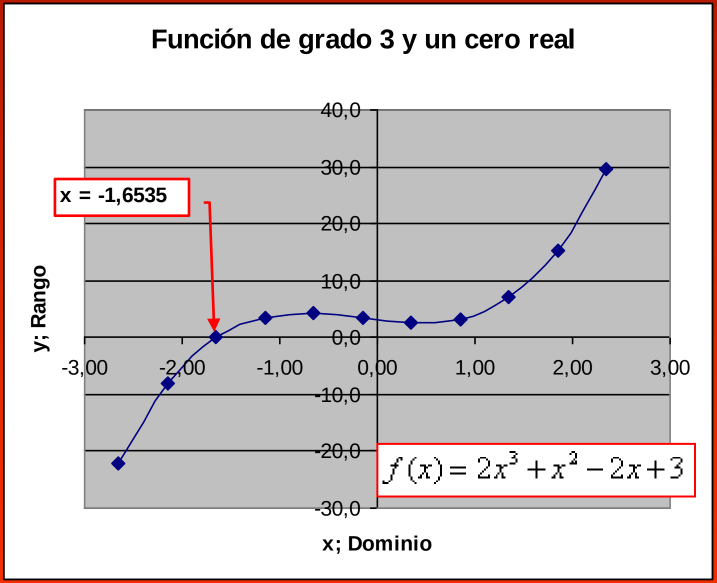
Intersectada	10
a1	1
a2	1
a3	2
Incremento	0,125
x	**y**
-0,50	9,9
-0,38	9,8
-0,25	9,8
-0,13	9,9
0,00	10,0
0,13	10,1
0,25	10,3
0,38	10,6
0,50	10,9



1.10 Polinomios ejemplo de polinomio de tercer grado.

Desarrolle y grafique la función polinomial : $f(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 3$

Intersectada	3
a1	-2
a2	1
a3	2
Incremento x	0,5
x	**y**
-2,65	-22,02
-2,15	-8,03
-1,65	0,00
-1,15	3,57
-0,65	4,18
-0,15	3,32
0,35	2,51
0,85	3,24
1,35	7,00
1,85	15,31
2,35	29,65



Ésta es de grado 3. Tiene un cero real en -1,6535, y dos raíces que no son reales.

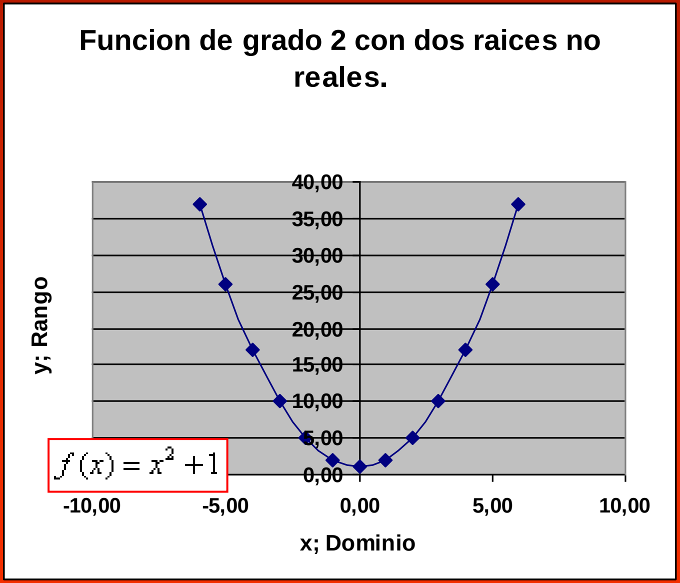
Polinomios ejemplo 1.6

Desarrolle y grafique la función polinomial :

Que tiene dos raíces que no son reales.

$$f(x) = x^2 + 1$$

Intersectada	1,00
a1	1,00
Incremento x	1
x	y
-6,00	37,00
-5,00	26,00
-4,00	17,00
-3,00	10,00
-2,00	5,00
-1,00	2,00
0,00	1,00
1,00	2,00
2,00	5,00
3,00	10,00
4,00	17,00
5,00	26,00
6,00	37,00



Las Funciones Cuadráticas.

1. La ecuación general de las funciones cuadráticas es:

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

2. La Gráfica de una función cuadrática se llama *parábola.*

3. Algunas parábolas son *ecuaciones* cuadráticas pero no son *funciones* cuadráticas.

4. El vértice de una parábola se llama *punto crítico.*

5. Se puede usar la fórmula:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

para encontrar las raíces reales de las funciones cuadráticas.

6.- El valor dentro del símbolo de la raíz cuadrada se llama *discriminante* e indica el tipo de raices de ecuación cuadrática.

Si $b^2 - 4ac > 0$, indicará dos raíces reales diferentes;

Si $b^2 - 4ac = 0$, indicará exactamente una raíz real;

Si $b_2 - 4ac < 0$, indicará que no hay raíces reales (dos raíces imaginarias distintas).

R: *parábola; funciones; punto crítico; discriminante ecuaciones;*

La Parábola

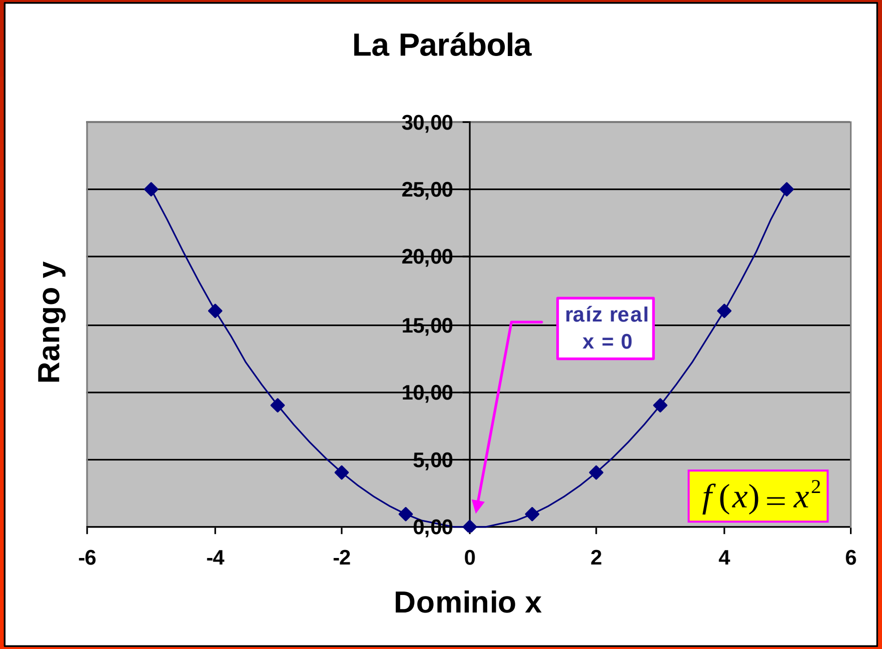
Desarrolle la función $f(x) = x^2$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 0 \times 0 = 0$

La raíz positiva: $a = 0 \therefore \text{no}\ \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$

La raíz negativa: $a = 0 \therefore \text{no}\ \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$

x	y
-5	25,00
-4	16,00
-3	9,00
-2	4,00
-1	1,00
0	0,00
1	1,00
2	4,00
3	9,00
4	16,00
5	25,00



R: $a = 0 \therefore \text{no}\ \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$ $a = 0 \therefore \text{no}\ \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$ $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 0 \times 0 = 0$

Una Parábola con dos raíces: negativa y positiva

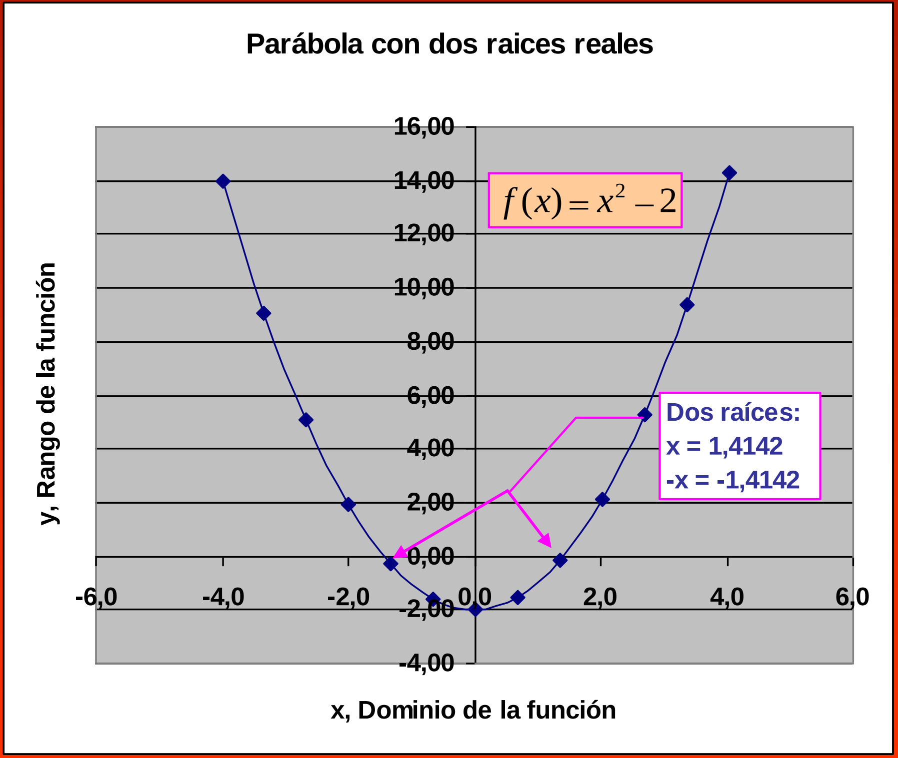
Desarrolle la función $f(x) = x^2 - 2$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = 0^2 - (4 \times 1 \times -2) = 8$

La raíz positiva: $\frac{-0 + \sqrt{0^2 - (4 \times 1 \times -2)}}{2 \times 1} = 1{,}4142$

La raíz negativa: $\frac{-01 - \sqrt{0^2 - (4 \times 1 \times -2)}}{2 \times 1} = -1{,}4142$

x	y
-4,0	14,00
-3,3	9,09
-2,7	5,08
-2,0	1,96
-1,3	-0,26
-0,7	-1,58
0,0	-2,00
0,7	-1,52
1,4	-0,15
2,0	2,12
2,7	5,29
3,4	9,36
4,0	14,32



R: $\frac{-01 - \sqrt{0^2 - (4 \times 1 \times -2)}}{2 \times 1} = -1{,}4142$ $\frac{-0 + \sqrt{0^2 - (4 \times 1 \times -2)}}{2 \times 1} = 1{,}4142$ $b^2 - 4ac = 0^2 - (4 \times 1 \times -2) = 8$

Una Parábola con dos raíces: ambas positivas

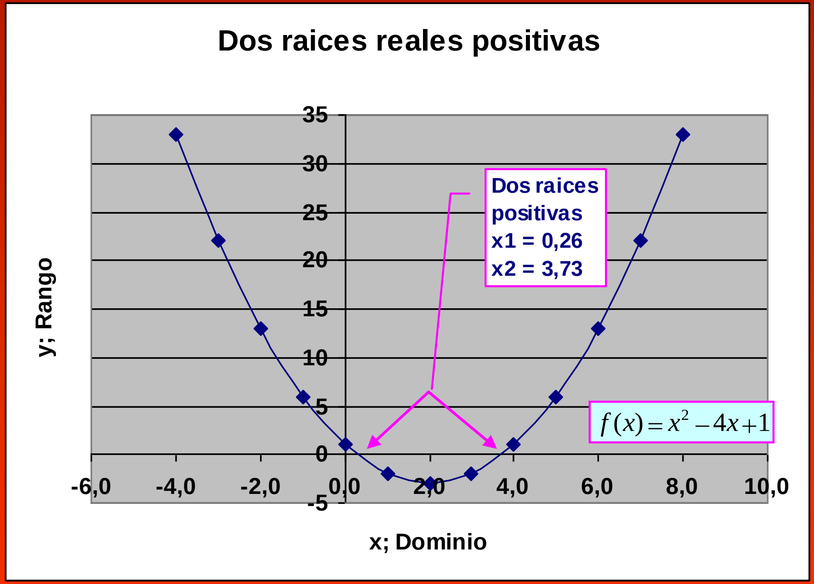
Desarrolle la función $f(x) = x^2 - 4x + 1$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = -4^2 - (4\times1\times1) = 12$

La raíz positiva: $\dfrac{-(-4)+\sqrt{-4^2-(4\times1\times1)}}{2\times1} = 0{,}2679$

La raíz negativa: $\dfrac{-(-4)-4\sqrt{0^2-(4\times1\times1)}}{2\times1} = 3{,}7321$

x	y
-4,0	33
-3,0	22
-2,0	13
-1,0	6
0,0	1
1,0	-2
2,0	-3
3,0	-2
4,0	1
5,0	6
6,0	13
7,0	22
8,0	33



R: $\dfrac{-(-4)+\sqrt{-4^2-(4\times1\times1)}}{2\times1} = 0{,}2679$ $\quad b^2 - 4ac = -4^2 - (4\times1\times1) = 12$ $\quad \dfrac{-(-4)-4\sqrt{0^2-(4\times1\times1)}}{2\times1} = 3{,}7321$

1.15 Función cuadrática con una solución real.

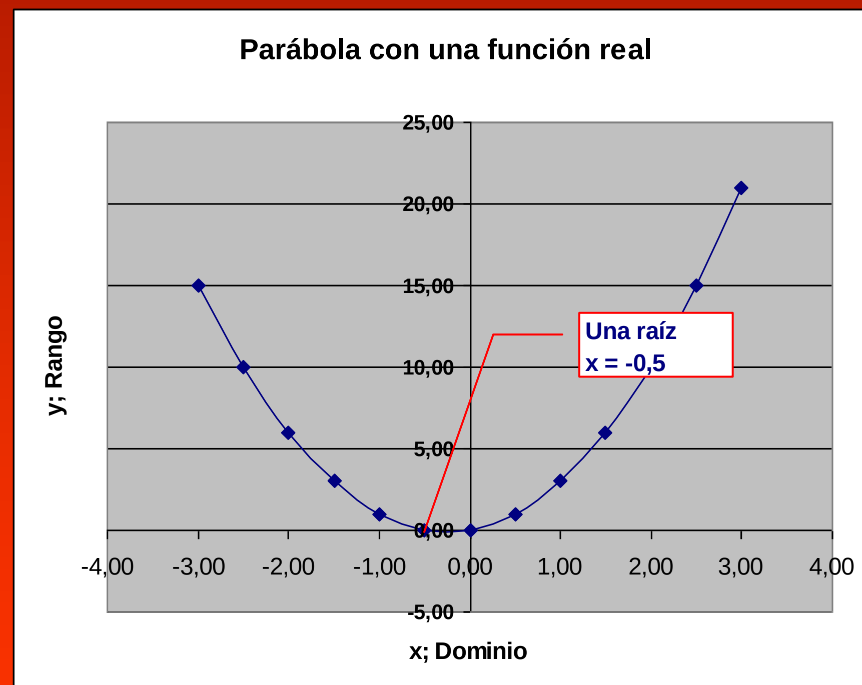
Desarrolle la función: $f(x) = 2x^2 + x + 0$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = 1^2 - (4\times2\times0) = 1$

La raíz positiva: $\dfrac{-1+\sqrt{1^2-(4\times2\times0)}}{2\times2} = 0$

La raíz negativa: $\dfrac{-0+\sqrt{1^2-(4\times2\times0)}}{2\times2} = -0{,}5$

x	y
-3,00	15,00
-2,50	10,00
-2,00	6,00
-1,50	3,00
-1,00	1,00
-0,50	0,00
0,00	0,00
0,50	1,00
1,00	3,00
1,50	6,00
2,00	10,00
2,50	15,00
3,00	21,00



R: $\dfrac{-1+\sqrt{1^2-(4\times2\times0)}}{2\times2} = 0$ $b^2 - 4ac = 1^2 - (4\times2\times0) = 1$ $\dfrac{-0+\sqrt{1^2-(4\times2\times0)}}{2\times2} = -0{,}5$

Parábola con discriminate D = 0

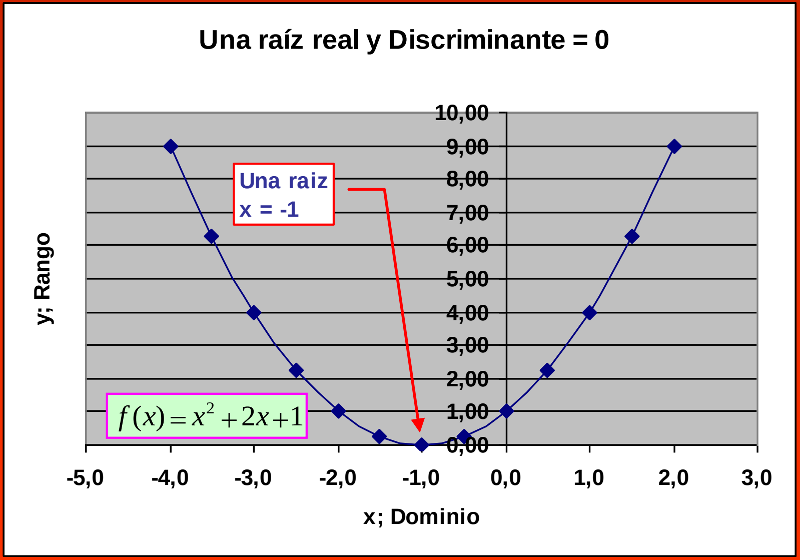
Desarrolle la función: $f(x) = x^2 + 2x + 1$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = 2^2 - (4 \times 2 \times 1) = 0$

La raíz 1: $\dfrac{-2 + \sqrt{2^2 - (4 \times 1 \times 1)}}{2 \times 1} = -1$

La raíz 2: $\dfrac{-2 - \sqrt{2^2 - (4 \times 1 \times 1)}}{2 \times 1} = -1$

x	y
-4,0	9,00
-3,5	6,25
-3,0	4,00
-2,5	2,25
-2,0	1,00
-1,5	0,25
-1,0	0,00
-0,5	0,25
0,0	1,00
0,5	2,25
1,0	4,00
1,5	6,25
2,0	9,00



R: $\dfrac{-2 - \sqrt{2^2 - (4 \times 1 \times 1)}}{2 \times 1} = -1$ $\quad b^2 - 4ac = 2^2 - (4 \times 2 \times 1) = 0$ $\quad \dfrac{-2 + \sqrt{2^2 - (4 \times 1 \times 1)}}{2 \times 1} = -1$

Parábola invertida con dos raices

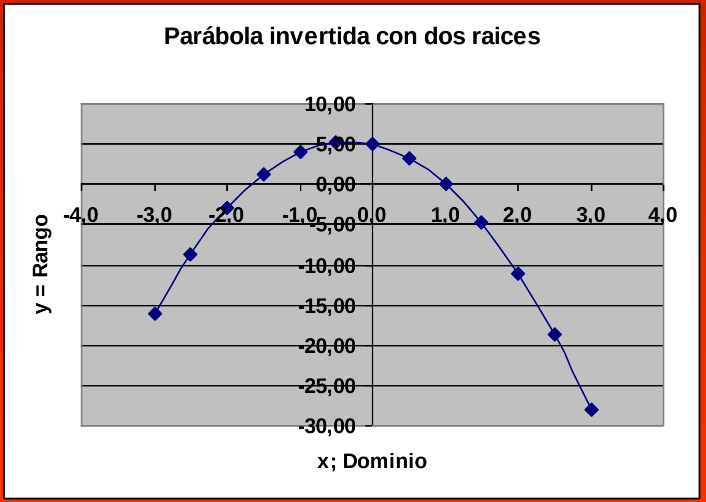
Desarrolle la función: $f(x) = x^2 + 2x + 1$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = -2^2 - (4 \times -3 \times 5) = 64$

La raíz 1: $\dfrac{-2 + \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 5)}}{2 \times -3} = -1{,}6667$

La raíz 2: $\dfrac{-2 - \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 1)}}{2 \times -3} = 1{,}0000$

x	y
-3,0	-16,00
-2,5	-8,75
-2,0	-3,00
-1,5	1,25
-1,0	4,00
-0,5	5,25
0,0	5,00
0,5	3,25
1,0	0,00
1,5	-4,75
2,0	-11,00
2,5	-18,75
3,0	-28,00



R: $b^2 - 4ac = -2^2 - (4 \times -3 \times 5) = 64$ $\dfrac{-2 + \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 5)}}{2 \times -3} = -1{,}6667$ $\dfrac{-2 - \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 1)}}{2 \times -3} = 1{,}0000$

Parábola con dos raíces imaginarias

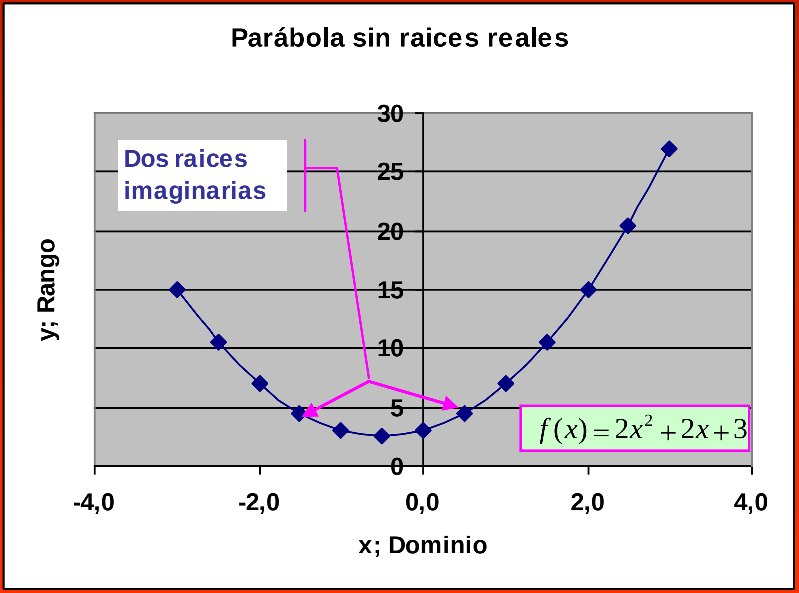
Desarrolle la función: $f(x) = 2x^2 + 2x + 3$

El discriminate D = $b^2 - 4ac = 2^2 - (4 \times 2 \times 3) = -20$

La raíz 1: $\mathrm{D} < 0 \therefore \text{no aplica}, \dfrac{-2 + \sqrt{2^2 - (4 \times 2 \times 3)}}{2 \times 2}$

La raíz 2: $\dfrac{-2 - \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 1)}}{2 \times -3} = 1{,}0000$

x	y
-3,0	15
-2,5	11
-2,0	7
-1,5	5
-1,0	3
-0,5	3
0,0	3
0,5	5
1,0	7
1,5	11
2,0	15
2,5	21
3,0	27

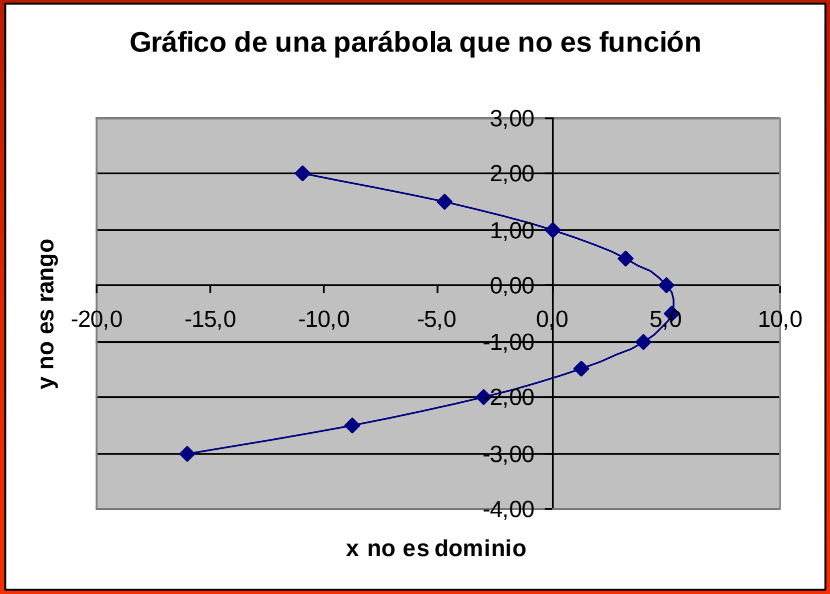


R: $\mathrm{D} < 0 \therefore \text{no aplica}, \dfrac{-2 + \sqrt{2^2 - (4 \times 2 \times 3)}}{2 \times 2}$ $\quad \dfrac{-2 - \sqrt{-2^2 - (4 \times -3 \times 1)}}{2 \times -3} = 1{,}0000$ $\quad b^2 - 4ac = 2^2 - (4 \times 2 \times 3) = -20$

Una parábola que no es función

En general, si se invierten los valores de las coordenadas en las funciones cuadráticas se obtienen parábolas que no son funciones. El gráfico muestra esta clase de parábolas.

x'	y'
-16,0	-3,00
-8,8	-2,50
-3,0	-2,00
1,3	-1,50
4,0	-1,00
5,3	-0,50
5,0	0,00
3,3	0,50
0,0	1,00
-4,8	1,50
-11,0	2,00



Las funciones racionales.

Las funciones racionales tienen la forma:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

1.- La función racional básica es:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

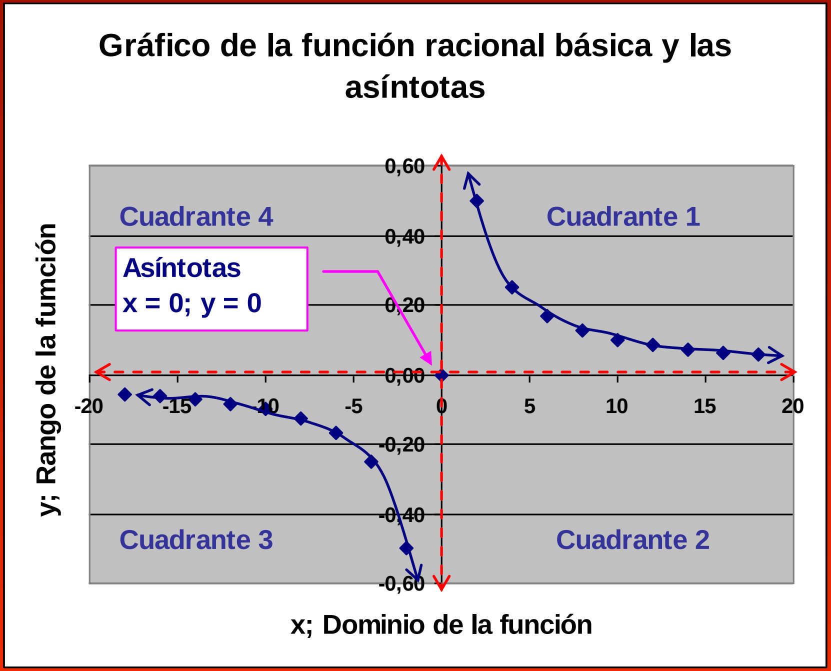
2.- La gráfica de estas funciones consta de dos partes en diferentes cuadrantes debido a que cuando x = 0 la función se indefine y pega un salto.

3.- Las ramas de las funciones racionales se aproximan a rectas llamadas asíntotas porque no llegan a ser paralelas a alguno de los ejes.

1.22 Ejemplo de la función racional básica de las asíntotas y su ubicación.

Es evidente que las funciones racionales no están definidas para *x* = 0. En es función, los valores de y o rango son más altos cuando x se aproxima a cero y se van pegado al eje x a medida que se aumenta el valor del dominio.

x	y
-18	-0,06
-16	-0,06
-14	-0,07
-12	-0,08
-10	-0,10
-8	-0,13
-6	-0,17
-4	-0,25
-2	-0,50
0	0,00
2	0,50
4	0,25
6	0,17
8	0,13
10	0,10
12	0,08
14	0,07
16	0,06
18	0,06



Cuando x es negativo y grande la función es asíntota en <u>*y = 0*</u>. Cuando *x* es positiva y grande la función es asíntota en <u>*x = 0*</u>.

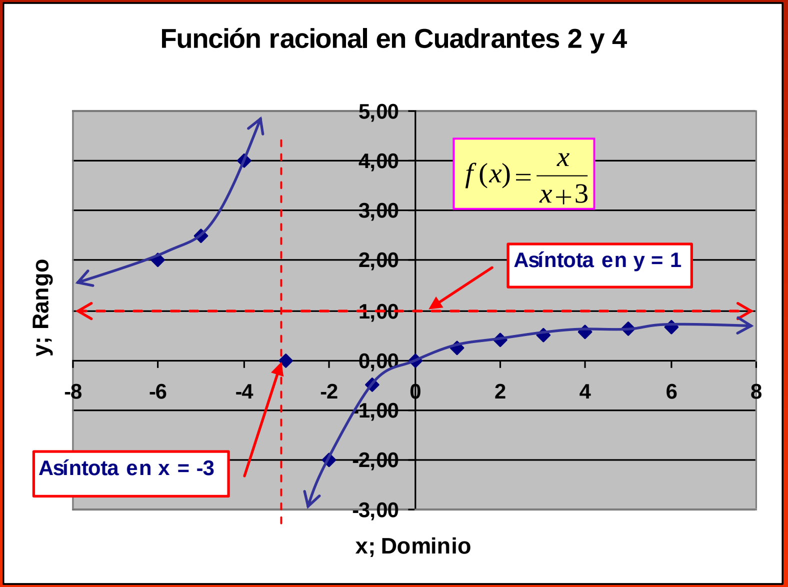
R: <u>*y = 0; x = 0*</u>.

1.23 Función racional en los cuadrantes uno y cuatro.

Elabore el cuadro de datos y el gráfico respectivo para la función:

$$f(x)=\frac{x}{x+3}$$

N°	x	y
1	-6	2,00
2	-5	2,50
3	-4	4,00
4	-3	
5	-2	-2,00
6	-1	-0,50
7	0	0,00
8	1	0,25
9	2	0,40
10	3	0,50
11	4	0,57
12	5	0,63
13	6	0,67



En esta función, cuando *x* es positivo la función se hace asintótica en *y = 1*. Cuando x es negativo se hace asintótica en x = –3

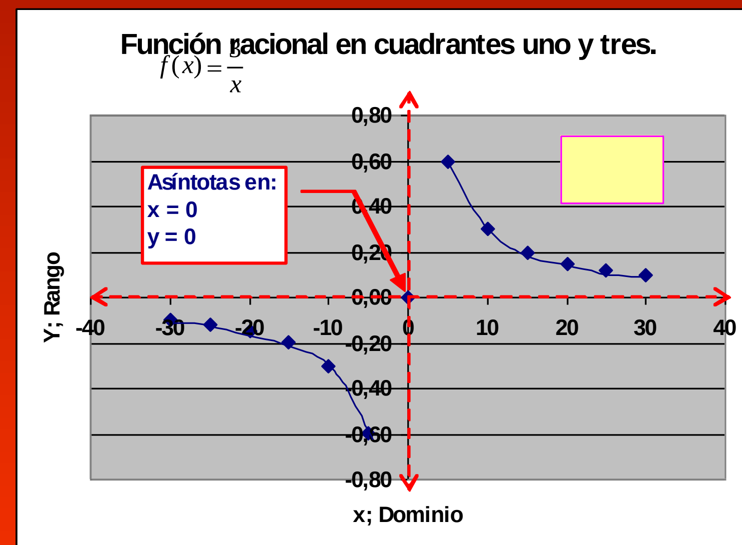
R: *y = 1*; *x = –3*

1.24 Función racional en cuadrantes uno y tres.

Elabore el cuadro de datos y el gráfico respectivo para la función:

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

N°	x	y
1	-30	-0,10
2	-25	-0,12
3	-20	-0,15
4	-15	-0,20
5	-10	-0,30
6	-5	-0,60
7	0	
8	5	0,60
9	10	0,30
10	15	0,20
11	20	0,15
12	25	0,12
13	30	0,10



La función no está definida para *x = 0*. Por tanto es asintótica en *x = 0* e *y = 0*.

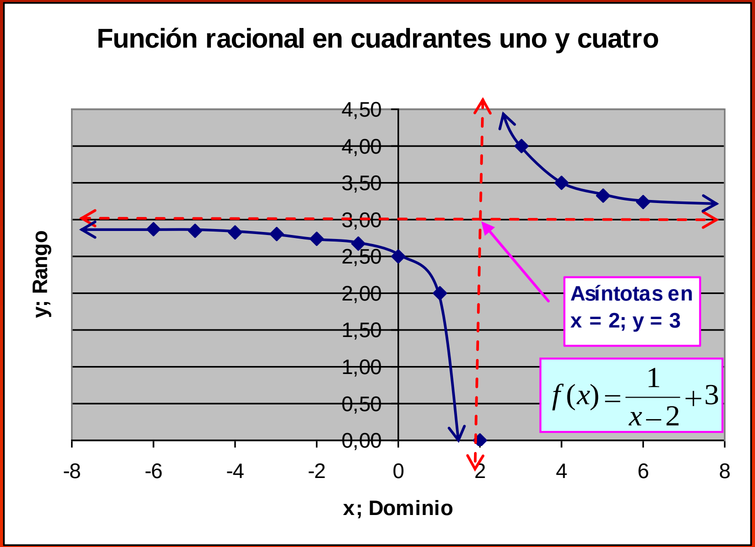
R: *x = 0*; *x = 0; x = 0*

1.25 Funciones racionales en cuadrantes uno y cuatro.

Elabore el cuadro de datos y el gráfico respectivo para la función:

$$f(x)=\frac{1}{x-2}+3$$

N°	x	y
1	-6	2,88
2	-5	2,86
3	-4	2,83
4	-3	2,80
5	-2	2,75
6	-1	2,67
7	0	2,50
8	1	2,00
9	2	
10	3	4,00
11	4	3,50
12	5	3,33
13	6	3,25



La función se indetermina cuando <u>x = 2</u>. Sin embargo, y mantiene el valor <u>y = 3</u>. Por tanto, las asíntotas se presentan para <u>x = 2</u> y para <u>y = 3</u>.

R: <u>y = 3; x = 2; x= 2; y = 3</u>.

Operaciones con funciones: La Suma

La suma de funciones está definida por:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

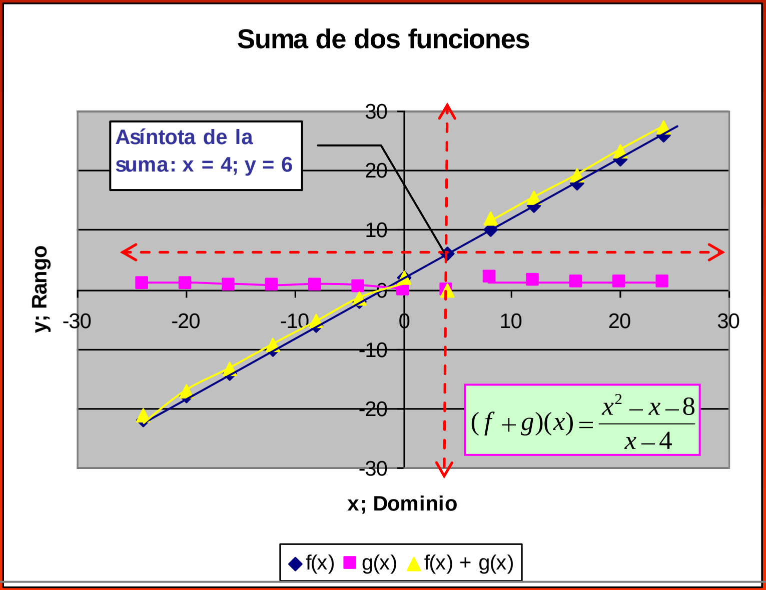
Calcule la suma de las funciones:

$$f(x)=x+2,\ g(x)=\frac{x}{x-4}$$

La función resultante:

$$(f+g)(x),x+2+\frac{x}{x-4}=\frac{(x+2)(x-4)+x}{x-4}=\frac{x^2-x-8}{x-4};\text{ y } x\neq 4$$

N°	x	f(x)	g(x)	f(x) + g(x)	f(Integrada)
1	-24	-22	0,86	-21,14	-21,14
2	-20	-18	0,83	-17,17	-17,17
3	-16	-14	0,80	-13,20	-13,20
4	-12	-10	0,75	-9,25	-9,25
5	-8	-6	0,67	-5,33	-5,33
6	-4	-2	0,50	-1,50	-1,50
7	0	2	0,00	2,00	2,00
8	4	6			
9	8	10	2,00	12,00	12,00
10	12	14	1,50	15,50	15,50
11	16	18	1,33	19,33	19,33
12	20	22	1,25	23,25	23,25
13	24	26	1,20	27,20	27,20



La función g(x) es racional, no está definida para <u>*x = 4*</u>. La función compuesta, o suma de funciones es asíntota en <u>x = 4</u> e <u>*y = 6*</u>.

Respuestas: <u>*y = 6; x = 4; x = 4*</u>; $(f+g)(x),x+2+\frac{x}{x-4}=\frac{(x+2)(x-4)+x}{x-4}=\frac{x^2-x-8}{x-4};\text{ y } x\neq 4$

Operaciones con funciones: La Resta o Diferencia

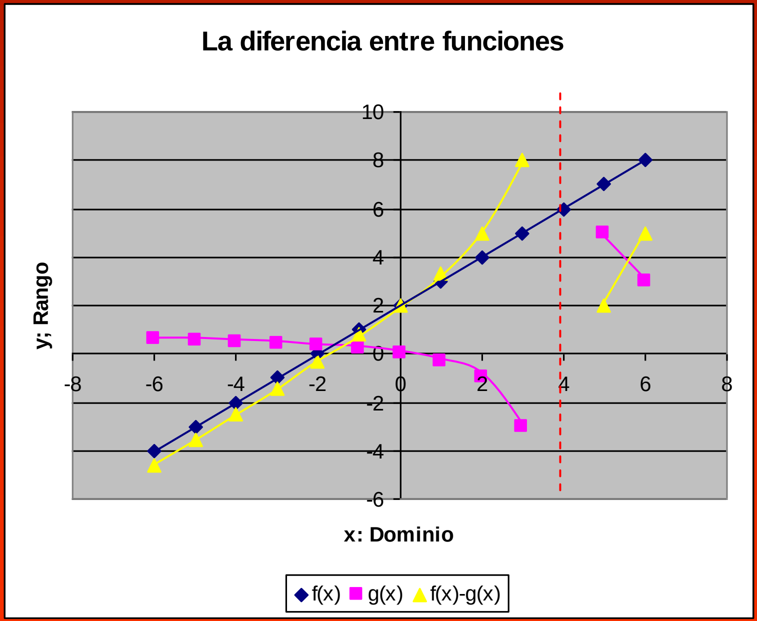
La resta o diferencia de funciones está definida por: $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

Calcule la diferencia de las funciones: $f(x) = x+2,\ g(x) = \dfrac{x}{x-4}$

La función resultante: $(f+g)(x), x+2-\dfrac{x}{x-4} = \dfrac{(x+2)(x-4)-x}{x-4} = \dfrac{x^2-3x-8}{x-4};\ \text{y}\ x \neq 4$

Diferencia de funciones. Ej: 1,20

N°	x	f(x)	g(x)	f(x)-g(x)	f(Integrada)	Diferencia
1	-6	-4	0,60	-4,60	-4,60	0,00
2	-5	-3	0,56	-3,56	-3,56	0,00
3	-4	-2	0,50	-2,50	-2,50	0,00
4	-3	-1	0,43	-1,43	-1,43	0,00
5	-2	0	0,33	-0,33	-0,33	0,00
6	-1	1	0,20	0,80	0,80	0,00
7	0	2	0,00	2,00	2,00	0,00
8	1	3	-0,33	3,33	3,33	0,00
9	2	4	-1,00	5,00	5,00	0,00
10	3	5	-3,00	8,00	8,00	0,00
11	4	6				0,00
12	5	7	5,00	2,00	2,00	0,00
13	6	8	3,00	5,00	5,00	0,00



La función g(x) es racional, no está definida para <u>*x = 4*</u>. La función compuesta, o suma de funciones es asíntota en <u>*x = 4.*</u>

Respuestas:<u>*; x = 4.*</u> $(f+g)(x), x+2-\dfrac{x}{x-4} = \dfrac{(x+2)(x-4)-x}{x-4} = \dfrac{x^2-3x-8}{x-4};\ \text{y}\ x \neq 4$

Operaciones con funciones: El Producto

El producto de funciones está definida por:

$$\left(f \times g\right)\left(x\right) = f\left(x\right) \times g\left(x\right)$$

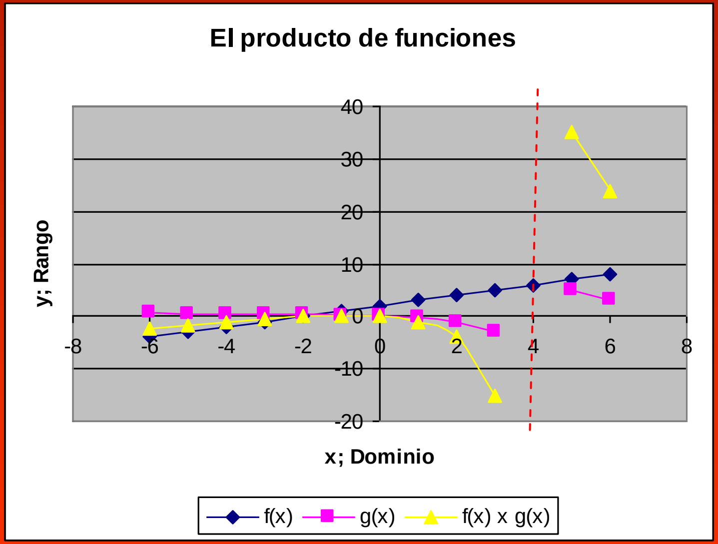
Calcule el producto de las funciones:

$$f\left(x\right) = x + 2,\ g\left(x\right) = \frac{x}{x-4}$$

La función resultante:

Espacio para la fórmula

N°	x	f(x)	g(x)	f(x) x g(x)	f(Integrada)
1	-6	-4	0,60	-2,40	-2,40
2	-5	-3	0,56	-1,67	-1,67
3	-4	-2	0,50	-1,00	-1,00
4	-3	-1	0,43	-0,43	-0,43
5	-2	0	0,33	0,00	0,00
6	-1	1	0,20	0,20	0,20
7	0	2	0,00	0,00	0,00
8	1	3	-0,33	-1,00	-1,00
9	2	4	-1,00	-4,00	-4,00
10	3	5	-3,00	-15,00	-15,00
11	4	6			
12	5	7	5,00	35,00	35,00
13	6	8	3,00	24,00	24,00



La ecuación no esta definida para *x = 4*.

Respuestas:; *x = 4.*

Operaciones con funciones: El Cociente

El cociente de funciones está definida por: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)};\ g(x)\neq 0$

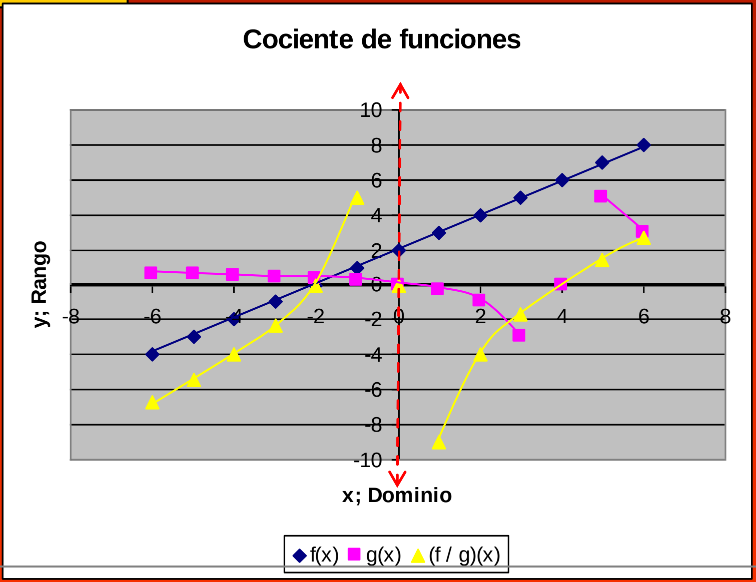
Calcule el cociente de las funciones: $f(x)=x+2,\ g(x)=\frac{x}{x-4}$

La función resultante:

Espacio para la fórmula

Cociente de funciones.

N°	x	f(x)	g(x)	(f / g)(x)	f(Integrada)
1	-6	-4	0,60	-6,67	-6,67
2	-5	-3	0,56	-5,40	-5,40
3	-4	-2	0,50	-4,00	-4,00
4	-3	-1	0,43	-2,33	-2,33
5	-2	0	0,33	0,00	0,00
6	-1	1	0,20	5,00	5,00
7	0	2	0,00		
8	1	3	-0,33	-9,00	-9,00
9	2	4	-1,00	-4,00	-4,00
10	3	5	-3,00	-1,67	-1,67
11	4	6			0,00
12	5	7	5,00	1,40	1,40
13	6	8	3,00	2,67	2,67



La función g(x) no está de finida para <u>*x = 4*</u>, mientras que la función integrada no está definida para <u>*x = 0*</u>. Las asíntotas son <u>*x = 4*</u> y <u>*x = 0*</u> respectivamente.

Respuesta: <u>*x = 0; x = 4; x = 0; x = 4*</u>.

Funciones compuestas o anidadas.

El cociente de funciones está definida por:

$$[f \circ g](x) = f(g(x))$$

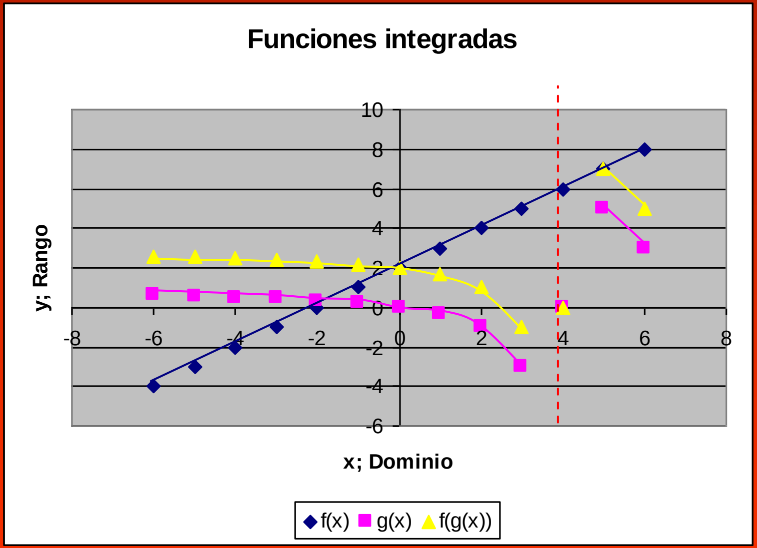
Calcule la coposición de las funciones:

$$f(x) = x + 2, g(x) = \frac{x}{x-4}$$

La función resultante:

Espacio para la fórmula

N°	x	f(x)	g(x)	f(g(x))	f(sintética)
1	-6	-4	0,60	2,60	2,60
2	-5	-3	0,56	2,56	2,56
3	-4	-2	0,50	2,50	2,50
4	-3	-1	0,43	2,43	2,43
5	-2	0	0,33	2,33	2,33
6	-1	1	0,20	2,20	2,20
7	0	2	0,00	2,00	2,00
8	1	3	-0,33	1,67	1,67
9	2	4	-1,00	1,00	1,00
10	3	5	-3,00	-1,00	-1,00
11	4	6			
12	5	7	5,00	7,00	7,00
13	6	8	3,00	5,00	5,00



La función compuesta *f(g(x))* se hace asintótica igual que la función cociente g(x) en *x = 4*.

Respuestas: *x = 4; f(g(x)): g(x)*

Funciones inversas.

Las funciones inversas tiene la forma $$[f \circ g](x) = [g \circ f](x)$$

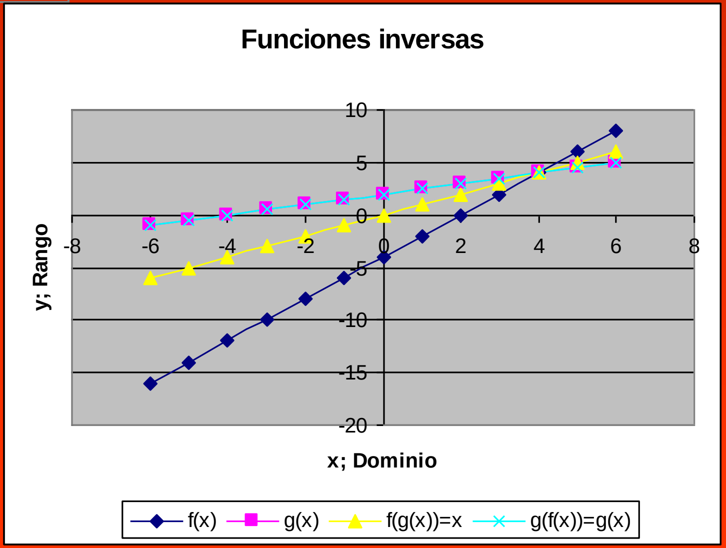
Dadas: $$f(x) = 2x - 4,\; g(x) = \frac{x+4}{2}$$

La compuesta de la función f(g(x)): $$f(g(x)) = 2\left(\frac{x+4}{2}\right) - 4 = x$$

La compuesta de la función g(f(x)): $$[g \circ x](x) = \frac{(2x-4)+4}{2} = g(x)$$

El gráfico de las funciones involucradas:

N°	x	f(x)	g(x)	f(g(x))=x	g(f(x))=g(x)
1	-6	-16	-1,00	-6,00	-1,00
2	-5	-14	-0,50	-5,00	-0,50
3	-4	-12	0,00	-4,00	0,00
4	-3	-10	0,50	-3,00	0,50
5	-2	-8	1,00	-2,00	1,00
6	-1	-6	1,50	-1,00	1,50
7	0	-4	2,00	0,00	2,00
8	1	-2	2,50	1,00	2,50
9	2	0	3,00	2,00	3,00
10	3	2	3,50	3,00	3,50
11	4	4	4,00	4,00	4,00
12	5	6	4,50	5,00	4,50
13	6	8	5,00	6,00	5,00



Familias de funciones. Ejemplos de familia polinomial cuadrática.

En una familia de funciones, los cambios en los valores de la función básica afectan la apariencia de la gráfica básica. Una gráfica básica es la presentación en el eje cartesiano de la función fundamental de una familia. Todos los demás miembros de la familia están desplazados hacia arriba, hacia abajo, hacia la derecha, hacia la izquierda o girados en torno a ella, de acuerdo con los cambios de los valores de las funciones.

Como ejemplo se considerarán funciones polinomiales de grado 2, de grado 3 y la del valor absoluto.

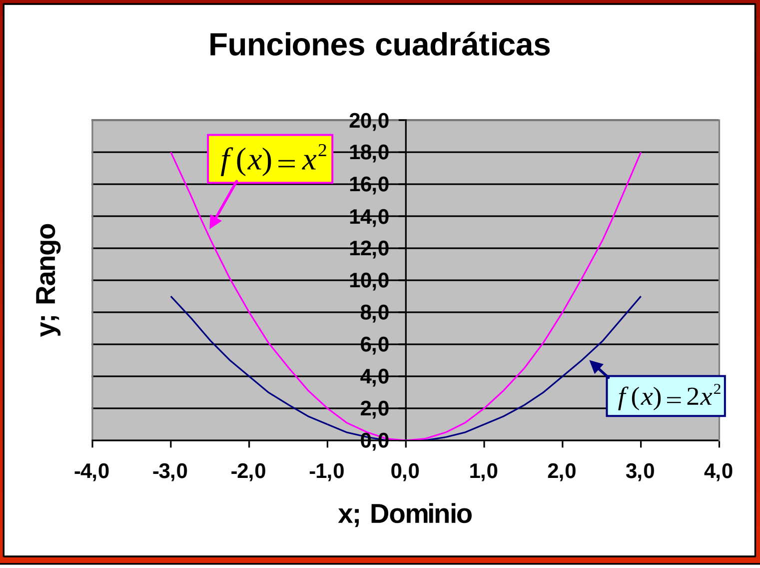
1.33 Las funciones cuadráticas o parabólicas y lineales de un elemento.

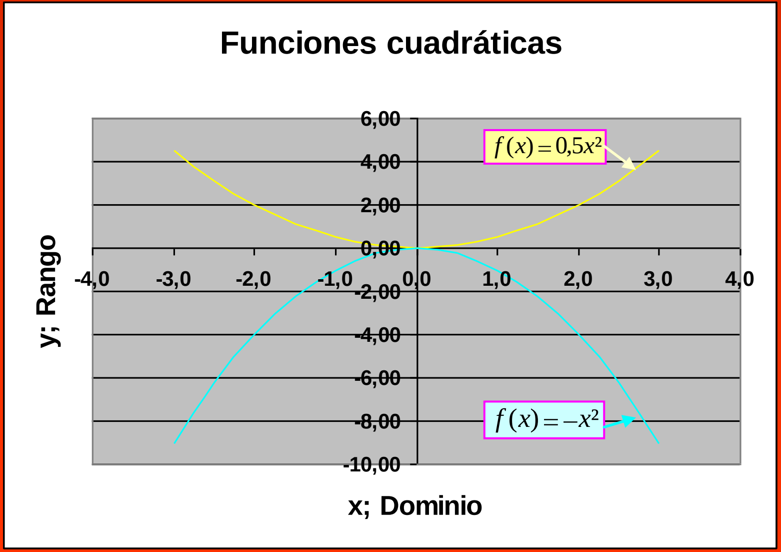
Dadas las funciones:

$f(x) = x^2$ $\quad f(x) = 2x^2$ $\quad f(x) = 0{,}5x^2$ $\quad f(x) = -x^2$

Desarróllelas y grafíquelas:

Incremento	0,5	$f(x)=x^2$	$f(x)=2x^2$	$f(x)=0{,}5x^2$	$f(x)=-x^2$
Funciones Cuadráticas					
N°	x	f(x) = x²	f(x) = 2x²	f(x) = 0,5x²	f(x) = -x²
1	-3,0	9,0	18,0	4,50	-9,00
2	-2,5	6,3	12,5	3,13	-6,25
3	-2,0	4,0	8,0	2,00	-4,00
4	-1,5	2,3	4,5	1,13	-2,25
5	-1,0	1,0	2,0	0,50	-1,00
6	-0,5	0,3	0,5	0,13	-0,25
7	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00
8	0,5	0,3	0,5	0,13	-0,25
9	1,0	1,0	2,0	0,50	-1,00
10	1,5	2,3	4,5	1,13	-2,25
11	2,0	4,0	8,0	2,00	-4,00
12	2,5	6,3	12,5	3,13	-6,25
13	3,0	9,0	18,0	4,50	-9,00





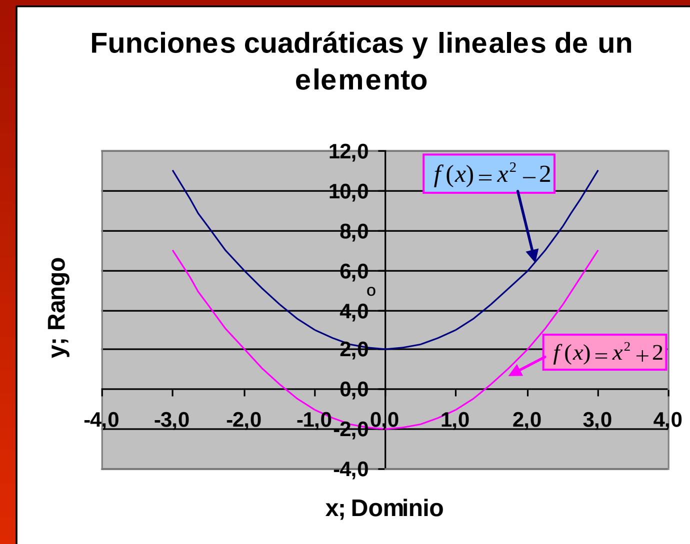
1.34 Funciones cuadráticas o parabólicas: lineales de dos elementos y lineal cuadrática

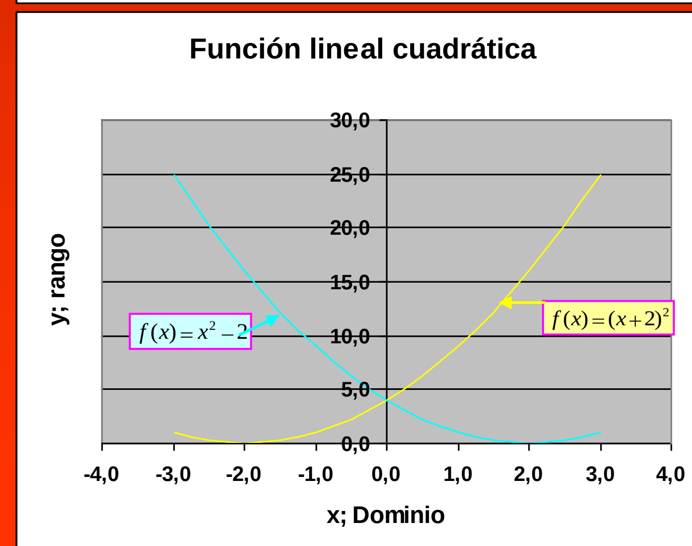
Dadas las funciones: $f(x) = x^2 + 2$

$f(x) = x^2 - 2$ $f(x) = (x+2)^2$ $f(x) = (x-2)^2$

Desarróllelas y grafíquelas:

Incremento	0,5	$f(x)=x^2+2$	$f(x)=x^2-2$	$f(x)=(x+2)^2$	$f(x)=x^2-2$
Funciones Cuadráticas					
N°	x	$f(x) = x^2 + 2$	$f(x) = x^2-2$	$f(x) = (x+2)^2$	$f(x)=(x-2)^2$
1	-3,0	11,0	7,0	1,0	25,0
2	-2,5	8,3	4,3	0,3	20,3
3	-2,0	6,0	2,0	0,0	16,0
4	-1,5	4,3	0,3	0,3	12,3
5	-1,0	3,0	-1,0	1,0	9,0
6	-0,5	2,3	-1,8	2,3	6,3
7	0,0	2,0	-2,0	4,0	4,0
8	0,5	2,3	-1,8	6,3	2,3
9	1,0	3,0	-1,0	9,0	1,0
10	1,5	4,3	0,3	12,3	0,3
11	2,0	6,0	2,0	16,0	0,0
12	2,5	8,3	4,3	20,3	0,3
13	3,0	11,0	7,0	25,0	1,0





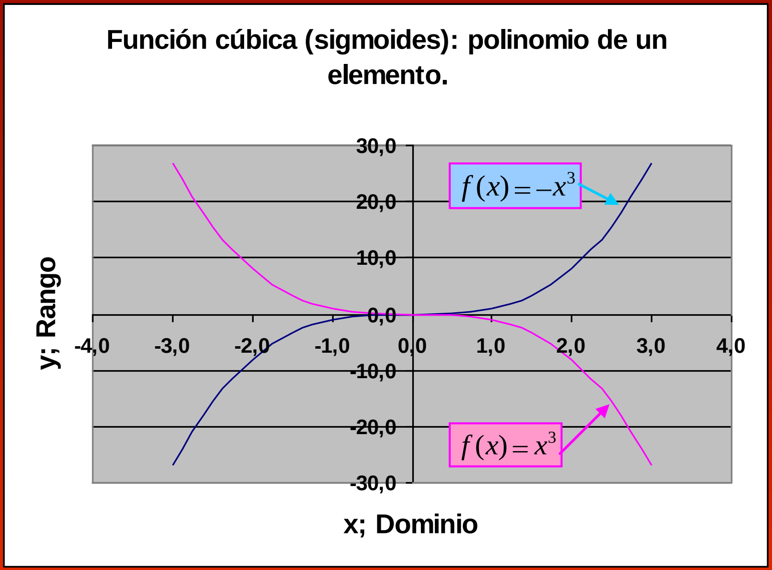
1.35 Funciones cúbicas: polinomio de un elemento y con coeficientes.

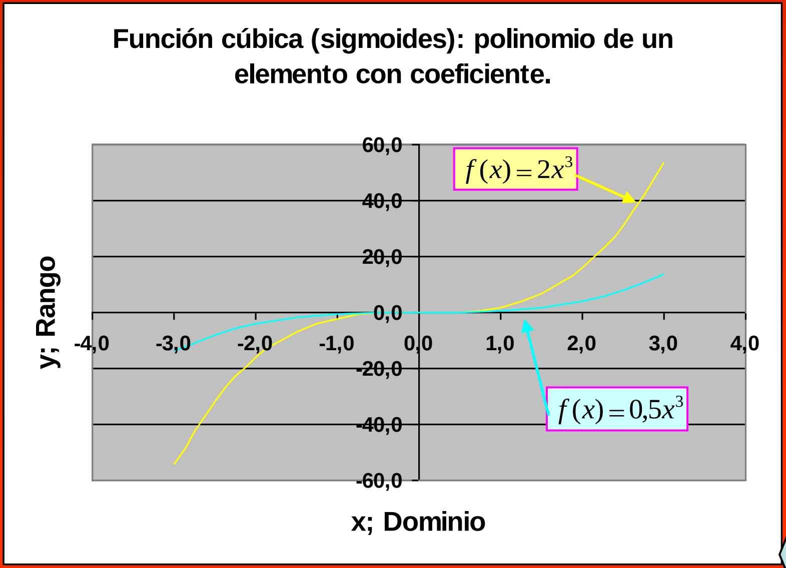
Dadas las funciones: $f(x) = x^3$

$f(x) = -x^3$ $f(x) = 2x^3$ $f(x) = 0{,}5x^3$

Desarróllelas y grafíquelas:

Incremento Funciones cúbicas	0,5	$f(x)=x^3$	$f(x)=-x^3$	$f(x)=2x^3$	$f(x)=0{,}5x^3$
N°	x	f(x)=x^3	f(x)=-x^3	f(x)=2x^3	f(x)=0,5x^3
1	-3,0	-27,0	27,0	-54,0	-13,5
2	-2,5	-15,6	15,6	-31,3	-7,8
3	-2,0	-8,0	8,0	-16,0	-4,0
4	-1,5	-3,4	3,4	-6,8	-1,7
5	-1,0	-1,0	1,0	-2,0	-0,5
6	-0,5	-0,1	0,1	-0,3	-0,1
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,5	0,1	-0,1	0,3	0,1
9	1,0	1,0	-1,0	2,0	0,5
10	1,5	3,4	-3,4	6,8	1,7
11	2,0	8,0	-8,0	16,0	4,0
12	2,5	15,6	-15,6	31,3	7,8
13	3,0	27,0	-27,0	54,0	13,5





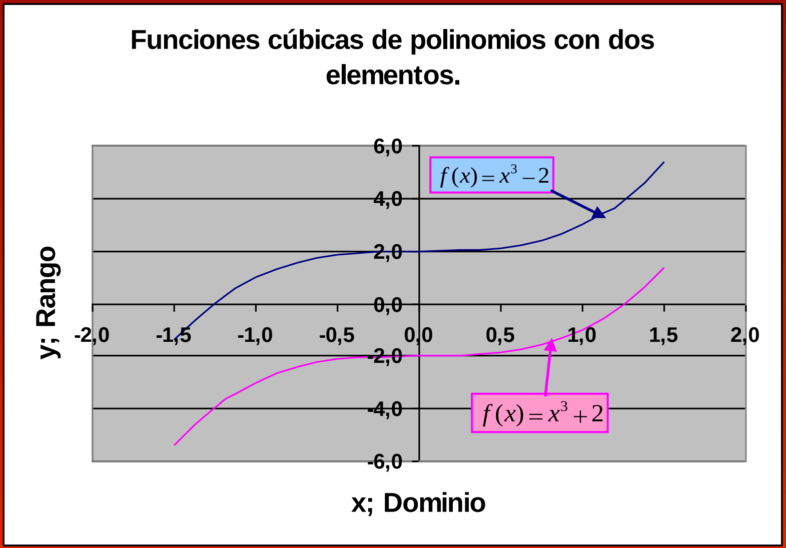
1.36 Funciones cúbicas: Polinomios de dos elementos y cúbicas de polinmio.

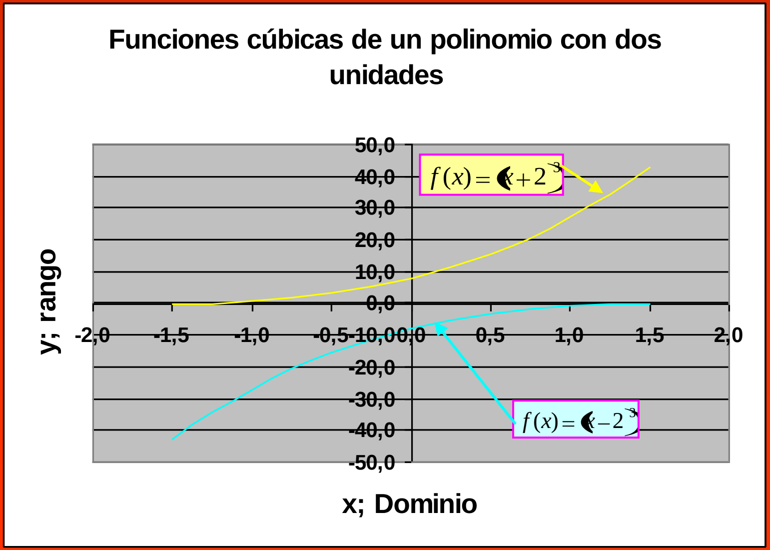
Dadas las funciones: $f(x)=x^3+2$

$f(x)=x^3-2$ $f(x)=(x+2)^3$ $f(x)=(x-2)^3$

Desarróllelas y grafíquelas:

Incremento	0,5	$f(x)=x^3+2$	$f(x)=x^3-2$	$f(x)=(x+2)^3$	$f(x)=(x-2)^3$
Funciones cúbicas					
N°	x	f(x)=x^3+2	f(x)=x^3-2	f(x)=(x+2)^3	f(x)=(x+2)^3
1	-3,0	-25,0	-29,0	-8,0	-125,0
2	-2,5	-13,6	-17,6	-8,0	-91,1
3	-2,0	-6,0	-10,0	0,0	-64,0
4	-1,5	-1,4	-5,4	0,1	-42,9
5	-1,0	1,0	-3,0	1,0	-27,0
6	-0,5	1,9	-2,1	3,4	-15,6
7	0,0	2,0	-2,0	8,0	-8,0
8	0,5	2,1	-1,9	15,6	-3,4
9	1,0	3,0	-1,0	27,0	-1,0
10	1,5	5,4	1,4	42,9	-0,1
11	2,0	10,0	6,0	64,0	0,0
12	2,5	17,6	13,6	91,1	0,1
13	3,0	29,0	25,0	125,0	1,0





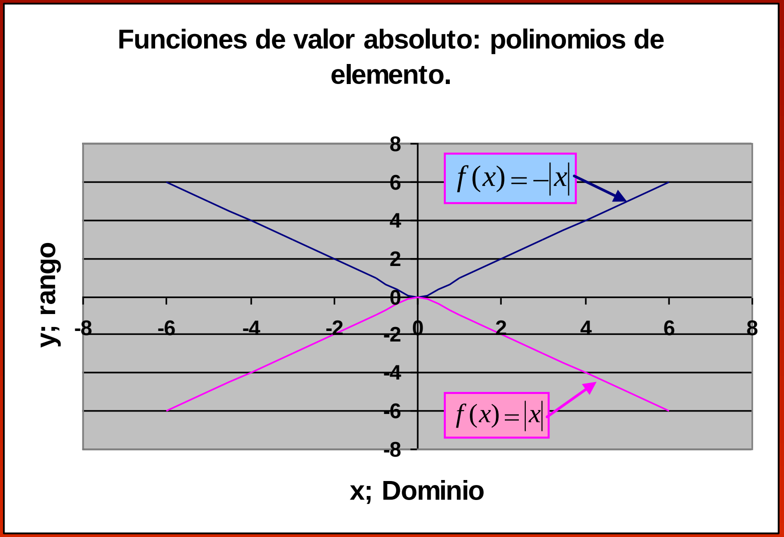
1.37 Familia de funciones de valor absoluto: funciones lineales de un elemento.

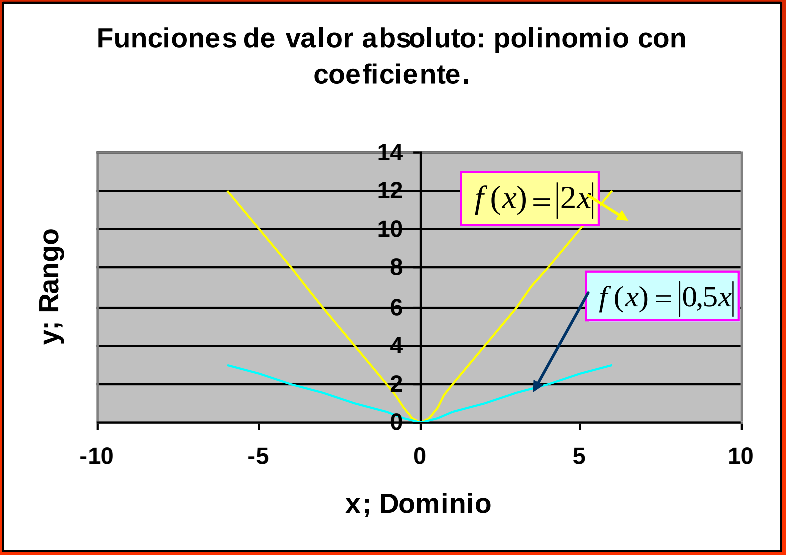
Dadas las funciones: $f(x)=|x|$

$f(x)=-|x|$ $f(x)=|2x|$ $f(x)=|0{,}5x|$

Desarróllelas y grafíquelas:

Incremento :	1	$f(x)=\|x\|$	$f(x)=-\|x\|$	$f(x)=\|2x\|$	$f(x)=\|0{,}5x\|$
Funciones Val. Absoluto					
N°	x	f(x)=!x!	f(x)=-!x!	f(x)=-!2x!	f(x)=-!0,5x!
1	-6	6	-6	12	3,0
2	-5	5	-5	10	2,5
3	-4	4	-4	8	2,0
4	-3	3	-3	6	1,5
5	-2	2	-2	4	1,0
6	-1	1	-1	2	0,5
7	0	0	0	0	0,0
8	1	1	-1	2	0,5
9	2	2	-2	4	1,0
10	3	3	-3	6	1,5
11	4	4	-4	8	2,0
12	5	5	-5	10	2,5
13	6	6	-6	12	3,0





1.38 Familia de funciones de valor absoluto: lineales de dos elementos.

Dadas las funciones: $f(x)=|x+2|$

$f(x)=|x-2|$ $f(x)=|x|+2$ $f(x)=|x|+2$

Incremento	1	$f(x)=\|x+2\|$	$f(x)=\|x-2\|$	$f(x)=\|x\|+2$	$f(x)=\|x\|-2$
Funciones Val. Absoluto					
N°	x	f(x)=!x+2!	f(x)=!x-2!	f(x)=!x!+2	f(x)=!x!-2
1	-6	4	8	8	4
2	-5	3	7	7	3
3	-4	2	6	6	2
4	-3	1	5	5	1
5	-2	0	4	4	0
6	-1	1	3	3	-1
7	0	2	2	2	-2
8	1	3	1	3	-1
9	2	4	0	4	0
10	3	5	1	5	1
11	4	6	2	6	2
12	5	7	3	7	3
13	6	8	4	8	4