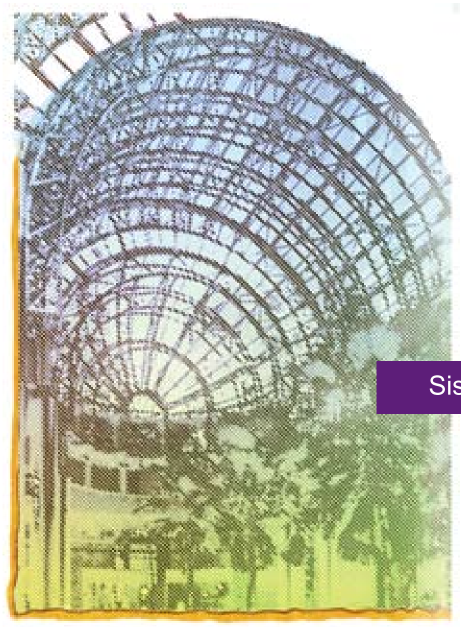
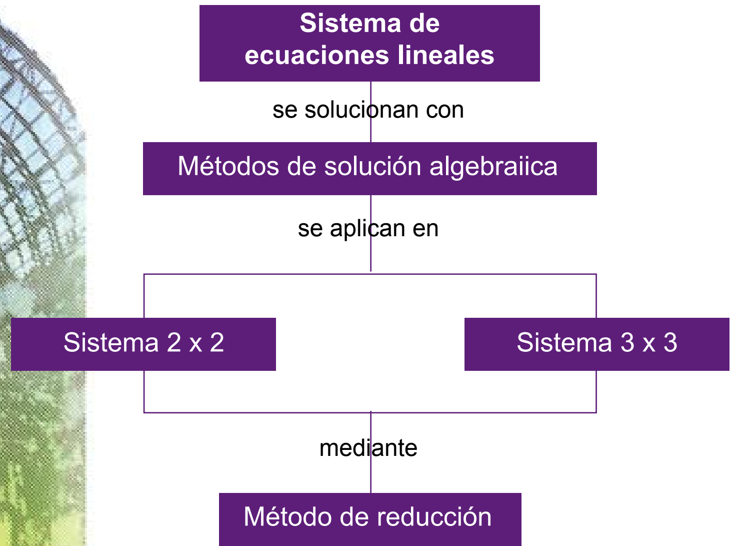
Sistema de ecuaciones lineales

Los métodos de solución de sistemas de ecuaciones son un recurso muy útil para resolver diversas situaciones de la vida que pueden ser traducidas a un modelo matemático y así ser solucionadas: una de las aplicaciones es el balanceo de ecuaciones químicas en que se traducen a ecuaciones simultáneas ciertas reacciones químicas

Las soluciones resultantes y reacciones químicas están presentes en el proceso de lixiviación del cobre.





Sistemas de Ecuaciones Lineales

Están formados por 2 o más ecuaciones de primer grado, llamadas también lineales, con 2 o más incógnitas y que deben ser resueltos en forma simultánea.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 13 \\ x - y &= 4 \end{aligned}$$

Resolver este sistema significa encontrar los valores de x e y que satisfacen ambas ecuaciones.

La solución se escribe: $x = 5$, $y = 1$, o bien (5 , 1)

Métodos de solución algebraica

Son los pasos de aplicación de operaciones algebraicas para solucionar el sistema de ecuaciones.

Sistemas de 2 x 2

Se llama así a un conjunto de 2 ecuaciones de 1º grado con 2 incógnitas cada una.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} x - 5y &= 32 \\ 3x + y &= 12 \end{aligned}$$

Sistemas de 3x3

Se llaman así porque están compuestos por 3 ecuaciones y con 3 incógnitas.

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & + & 2z & = & 2 \\ 2x & + & y & + & z & = & 3 \end{array}\right|$$

Método de reducción

Existen varios métodos de resolución de sistemas de ecuaciones: igualación, sustitución, reducción y cramer.

El método de reducción busca reducir 2 ecuaciones a una sola, multiplicándolas para que los coeficientes de una de las incógnitas queden igualados pero con signo contrario y puedan cancelarse.

De esta forma reducimos de 2 incógnitas a solo una y de 2 ecuaciones a una.

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 2 \\ 3x - 2y = 8 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} /.\ 3 \\ /.\ (-2) \end{array} \quad \left.\begin{array}{rcrcr} \cancel{6x} & - & 9y & = & 6 \\ \cancel{-6x} & + & 4y & = & -16 \end{array}\right|$$

$$-5y = -10 \Longrightarrow y = 2, \text{ entonces } x = 4$$

Resolución de problemas

Ana y Pablo son amigos y harán un negocio. Ana fabricará pulseras de mostacillas y Pablo libretas de papel reciclado.

1. Si fabrican 65 artículos en total y venden cada pulsera a $ 1.000 y cada libreta a $ 1.200 ¿Cuántas pulseras y cuántas libretas deben hacer para obtener $ 71.000 con la venta, si el costo en materiales de cada pulsera es de $ 300 y de cada libreta es de $ 100? ¿Cuánto dinero ganarán con esta venta?

   Para resolver puedes seguir estos pasos:

   a) Identifica las incógnitas.

   x = ______________________

   y = ______________________

   b) Plantea una ecuación con el número de artículos.

   ___________________= 65

   c) Plantea la 2a ecuación con los precios de los artículos.

   ________ x + ________ y = ________

   d) Resuelve el sistema de 2 ecuaciones y completa.

   x = ___________ y = ______________

   e) Responde al problema:

   Deben fabricar __________ pulseras y ___________ libretas.

   Por la venta obtienen $ ___________________.

   Costo de materiales $ ____________________.

   Ganancia $ ____________________________.

2. Si fabrican 20 pulseras y 30 libretas. ¿A qué precio deben vender cada uno para obtener $ 85.000 con la venta y quieren que cada libreta valga $ 500 más que cada pulsera?

   Para resolver el problema puedes seguir estos pasos:

   a) Identifica las incógnitas:

   x = __________ y = ______________

   b) Plantea una ecuación con los precios de venta y el dinero que obtendrán:

   _____ x + _____ y = $ 85.000

c) Plantea la 2º ecuación considerando la relación entre los precios de cada artículo:

x = _______ + _________

bien x - _______ = _________

d) Resuelve el sistema y completa:

x = _________ y = ___________

Respuesta:

Deben vender cada pulsera a $ _________ y cada libreta a $ _______________

Descripción general

El tema desarrollado en Sistema de Ecuaciones lineales se entrega información acerca de los métodos de solución algebraicos de sistemas de ecuaciones lineales.

Se hace referencia a un tema de química que utiliza sistemas de ecuaciones lineales para solucionar el balanceo de ecuaciones en ciertas reacciones químicas y se lo relaciona con procesos que sufre el cobre durante la lixiviación hasta obtener cobre casi 100 % puro.

La actividad práctica presenta una situación concreta y motivadora acerca de un pequeño negocio que emprenden dos amigos, se pide a los alumnos representar la situación como un modelo de sistemas de ecuaciones lineales.

Objetivos fundamentales	Objetivos transversales	Contenidos	Conceptos claves
• Reconocer situaciones que pueden ser resueltas por sistemas de ecuaciones lineales. • Resolver sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 incógnitas usando alguno de los sistemas algebraico. • Plantear y resolver problemas y desafíos que involucren sistemas de ecuaciones lineales.	• Seleccionar y organizar información relevante. • Desarrollar actitudes de rigor y de perseverancia.	• Sistemas de ecuaciones lineales. • Métodos de igualación, reducción, sustitución y Cramer. • Problemas que se traducen a sistemas de ecuaciones lineales.	• Fracciones. • Decimales. • Proporciones. • Áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.

Aprendizajes posibles:

- Reconocer sistemas de ecuaciones lineales y la necesidad de resolver las 2 ecuaciones en forma conjunta.
- Aplicar algún método algebraico para resolver sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 incógnitas.
- Traducir un problema a lenguaje algebraico usando sistemas de ecuaciones lineales en el planteamiento.
- Responder a un problema de planteo con las respuestas pertinentes.

Otras oportunidades de aprendizaje

- Conocer acerca de reacciones químicas y procesos que pueden resolverse con uso de sistemas de ecuaciones lineales.
- Interpretar el lenguaje común traduciendo a lenguaje matemático.
- Aprender sobre la ley de los metales que se obtiene de la aleación con otros.

Sugerencias para el docente

- Aportar otras situaciones de desafío que se puedan resolver por sistemas de ecuaciones lineales (% de aleación de metales, problemas de cálculo de ángulos en triángulos, problemas de costo y producción, etc.).

- Escribir un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y pedir los alumnos inventen el problema que pueda ser resuelto usándolo.
- Hacer hincapié en que existen varios métodos de solución y que algunos son más apropiados de usar que otros, dependiendo del problema.
- Ampliar los sistemas usando ecuaciones literales.

Criterios de evaluación

- Utiliza correctamente un método algebraico para resolver sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2 y 3 x 3.
- Interpretar algebraicamente escribiendo como un sistemas de ecuaciones lineales un enunciado verbal.
- Resuelve, analiza y da respuesta a un problema que se soluciona mediante sistemas de ecuaciones lineales.

Evaluación Formativa

Nombre: ______________________________

Curso: ____________________ **Fecha:** ____________________

1. La solución del sistema $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 8 \\ x + 5y = 3 \end{array}\right|$ es

a) (-8, 1)

b) (3, 1)

c) (2, -1)

d) (-2 , 1)

2. El sistema $\left.\begin{array}{r} x + y - z = 10 \\ 2x - y = 1 \\ y + 2z = -7 \end{array}\right|$ tiene por solución:

a) (2, 3, -5)

b) (2, 3, 5)

c) (-2, -3, 5)

d) ninguno de los anteriores

3. El enunciado “La suma de las edades de 2 niños es 8 años, el triple de uno más el doble del otro es 23 años” se traduce en el sistema:

a) $\left.\begin{array}{r} x = 8 - y \\ 3x = 23 - 2y \end{array}\right|$

b) $\left.\begin{array}{r} x = 8 + y \\ 3x = 23 - 2y \end{array}\right|$

c) $\left.\begin{array}{r} x = 8 - y \\ 3x = 23 + 2y \end{array}\right|$

d) $\left.\begin{array}{r} x = 8 + y \\ 3x = 23 + 2y \end{array}\right|$

4. Tengo 3 metales diferentes, el primero más el segundo pesan 5 kilos, el segundo más el tercero pesan 4 kilos y el primero con el tercero pesan 3 kilos. ¿Cuánto pesa cada uno?

Este problema puede ser resuelto mediante el sistema:

a) $$\begin{array}{l} x = y + 5 \\ y = z + 4 \\ z = x + 3 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{l} y = x + 5 \\ z = y + 4 \\ x = z + 3 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{l} x + y = 5 \\ y + z = 4 \\ z + x = 3 \end{array}$$

d) $$\begin{array}{l} x + y = 3 \\ y + z = 4 \\ x + z = 5 \end{array}$$

5. 5 lápices y 3 gomas cuestan $ 1.700, 8 lápices y 9 gomas valen $ 3.350 ¿Cuánto valen 3 lápices?

a) $ 750

b) $ 450

c) $ 250

d) $ 150

6. La suma de 2 números es 1.529, y su diferencia es 101, el menor de ello es:

a) 921

b) 815

c) 714

d) 613