

Unidad Didáctica 4

Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Objetivos

1. Encontrar y reconocer las relaciones entre los datos de un problema y expresarlas mediante el lenguaje algebraico
2. Reconocer una ecuación de primer grado con dos incógnitas, hallar sus soluciones y representarlas en unos ejes cartesianos
3. Identificar un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas
4. Clasificar un sistema según sus soluciones
5. Resolver sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas utilizando los métodos de reducción, igualación y sustitución y también el método gráfico
6. Solucionar problemas mediante el planteamiento de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
7. Elegir el método más adecuado para resolver problemas con sistemas
8. Analizar los resultados de la resolución de sistemas y tomar soluciones adecuadas a la situación planteada

Contenidos

Conceptuales

1. Ecuación de primer grado con dos incógnitas
2. Representación gráfica de las soluciones
3. Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Interpretación gráfica
4. Tipos de sistemas según sus soluciones

Procedimentales

1. Utilización de los métodos de resolución numéricos reducción, sustitución e igualación en los sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas
2. Resolución gráfica de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas
3. Clasificación de un sistema de acuerdo con su solución
4. Planteamiento de problemas y resolución mediante un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas

Orientaciones metodológicas

1. Los objetivos de esta unidad son instrumentales, se pretende que los alumnos adquieran destreza en la resolución de sistemas. Los contenidos y procedimientos son iguales para los tres niveles, ya que estos se diferencian en la complejidad de las actividades.
2. En el nivel I la resolución de los problemas de sistemas se hará por el método numérico que más fácil le resulte al alumno. Se resolverán problemas sencillos.
3. En el nivel II se realizará la resolución por los tres métodos numéricos y por el método gráfico y se resolverán problemas más complejos que en el nivel I.
4. En el nivel III además se resolverán problemas mediante sistemas de ecuaciones con un grado de mayor dificultad.

Criterios de evaluación

1. Resolver adecuadamente sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas de manera numérica
2. Resolver sistemas de ecuaciones de primer grado de forma gráfica
3. Interpretar adecuadamente los problemas y transcribirlos al lenguaje algebraico
4. Analizar los resultados de la resolución de sistemas y tomar decisiones adecuadas a la situación planteada

Actividades de nivel I

1. Completa la siguiente tabla:

	Coeficiente de x	Coeficiente de y	Término independiente
$3x + y = 2$			
$-x + 2y = 4$			

2. Escribe algebraicamente mediante una ecuación con dos incógnitas los siguientes enunciados:

- La suma de dos números es 54.
- Un bolígrafo cuesta el doble que un lápiz.
- El perímetro de un rectángulo es 30.
- Dos números son proporcionales a 2 y 3.

3. Comprueba si los siguientes valores de x e y son solución de las siguientes ecuaciones:

- $x = 0$, $y = 2$ en la ecuación $3x + 7y = 14$
- $x = 1$, $y = 3$ en la ecuación $-2x + 5y = 3$

4. Para $x = 1$, halla el valor de y en la ecuación $2(x + 3)y = 3$

5. Para $y = -3$, halla el valor de x en la ecuación $5(x - 1) + 2(y - 2) = 5$

6. Obtén dos soluciones distintas para $9x - 4y = 1$

7. La recta que resulta de representar gráficamente las soluciones de la ecuación $2x - 3y = 11$ pasa por el punto

- $(0, -4)$
- $(4, -1)$
- $(1, -4)$
- $(0, 11/3)$

8. Resuelve los siguientes sistemas:

- a) Por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = -16 \end{cases}$$

- c) Por el método de igualación:

$$\begin{cases} 2x - 5y = -12 \\ 7x - 2y = -11 \end{cases}$$

- b) Por el método de reducción:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + y = 13 \end{cases}$$

- d) Gráficamente:

$$\begin{cases} x + 4y = 3 \\ 6x - 5y = -11 \end{cases}$$

- En la panadería, Ezequiel pagó 500 pta. por 5 barras de pan y 3 ensaimadas. Si Itziar pagó 190 pta. por 2 barras de pan y 1 ensaimada, ¿cuál es el precio de la barra de pan y el de la ensaimada?
- Un oficinista compra 30 objetos entre lápices y bolígrafos con un coste de 1.240 pta. Si los lápices cuestan 25 pta. y los bolígrafos 60 pta. ¿cuánto bolígrafos y lápices compró?
- Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. En total hay 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?
- Con dos clases de café de 900 pta./kg. y 1.200 pta./kg. se quiere obtener una mezcla de 1.000 pta./kg. Halla la cantidad que hay que mezclar de cada clase para obtener 30 kg. de mezcla.
- ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo si uno mide 50° y la diferencia entre los otros dos es 30° ?
- Encuentra dos números sabiendo que la mitad de su suma es 218 y el doble de su diferencia es 116.

Actividades de nivel II

1. Resuelve los siguientes sistemas:

a) Por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 2x + 10y = 52 \\ x + \frac{y}{2} = 8 \end{cases}$$

c) Por el método de igualación:

$$\begin{cases} 5x - 5y = -10 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

b) Por el método de reducción:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

d) Gráficamente:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

2. p en el sistema siguiente para que sea:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = p \end{cases}$$

a) Compatible determinado

b) Incompatible

- Las dos rectas que se obtienen al representar gráficamente las dos ecuaciones de un sistema se cortan en el punto (3, -2). ¿Puede ser $4x + 2y = 15$ una de las ecuaciones del sistema?
- Escribe un sistema lineal de dos ecuaciones y dos incógnitas que tenga como soluciones $x = 5$; $y = -2$.
- En un triángulo isósceles de 14 cm de perímetro, el lado desigual es tres veces menor que cada uno de los otros lados. ¿Cuánto miden los lados?
- En una tienda de anticuario hay 12 candelabros de 2 y 3 brazos. Si para utilizarlos se necesitan 31 velas, ¿cuántos candelabros hay de cada tipo?
- Un padre quiere repartir el dinero que lleva en el bolsillo entre sus hijos. Si a cada hijo le da 700 pta. le sobran 200 pta., pero si le da a cada uno 800 pta. le faltan 200 pta. ¿Cuánto dinero lleva en el bolsillo y cuántos hijos tiene?
- Hoy la edad de un hijo es 1 año menos que $\frac{1}{3}$ de la de su madre. Si dentro de 5 años, la edad de la madre será 10 años mayor que el doble de la de su hijo, ¿qué edad tienen?
- Calcula gráficamente el valor de una cinta de vídeo y un CD si 2 cintas de vídeo y un CD valen 7 euros y 4 cintas de vídeo y 2 CD valen 10 euros.
- Dos números suman 51. Si el primero lo dividimos entre 3 y el segundo entre 6, los cocientes se diferencian en 1. Halla los números.
- Un ejercicio realizado en clase consta de 16 cuestiones. El profesor suma 5 puntos por cada respuesta correcta y resta 3 puntos por cada cuestión no contestada o mal contestada. Si un alumno ha obtenido 32 puntos en el ejercicio, ¿cuántas cuestiones ha contestado correctamente?
- El perímetro de un rectángulo tiene 28 cm. Calcula el área de este rectángulo sabiendo que uno de sus lados tiene cuatro centímetros más que el otro.
- La razón entre dos números es $\frac{2}{3}$. Si se añaden 20 unidades al más pequeño y 5 al más grande la razón se invierte. ¿De qué números se trata?
- Un comerciante compró dos relojes distintos por 3.000 pta. y los vendió por 3.225 pta. ¿Cuánto pagó por cada reloj si en la venta del primero ganó un 20% y en la del segundo perdió un 5%?

Actividades de nivel III

1. Resuelve los siguientes sistemas:

a) Por el método de sustitución:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{y-2}{2} = 2 \\ \frac{3x-2}{4} + y = 5 \end{cases}$$

c) Por el método de igualación:

$$\begin{cases} 6x + y = 20 \\ \frac{3x-1}{2} + \frac{y}{2} = 5 \end{cases}$$

b) Por el método de reducción:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+3}{3} = 3 \\ \frac{x-4}{3} + \frac{y+4}{2}y = 1 \end{cases}$$

d) Gráficamente:

$$\begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 5 \\ \frac{5x}{3} - \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

- Se tienen dos soluciones de la ecuación $ax + by = 15$. La primera $x = 2$ e $y = -1$ y la segunda solución $x = -2$ e $y = -29$. Calcula a y b .
- Dos líquidos de densidades $0,7 \text{ kg./l}$ y $1,3 \text{ kg./l}$ se mezclan obteniéndose un líquido de densidad $0,9 \text{ kg./l}$. Halla la cantidad de líquido que hay que tomar de cada clase para obtener una mezcla de 30 litros.
- Un barco que lleva pasajeros por un río, los traslada de A a B distantes 75 km. , en 3 horas. Y de B a A en 5 horas. Halla la velocidad del barco y de la corriente.
- La suma de las dos cifras de un número es 8. Si al número se le añaden 18, el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso. Halla el número.
- El cociente de una división es 3 y el resto 5. Si el divisor disminuye en 2 unidades, el cociente aumenta en 1 unidad y el nuevo resto es 1. Halla el dividendo y el divisor.
- En un corral hay conejos y gallinas que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Sin resolver el problema ¿puede afirmarse que no todos son conejos ni todas son gallinas?
- Una piedra arrojada hacia el aire h metros sigue una ecuación $h = atbt^2$. A partir de un experimento sabemos que cuando h es igual a 40 m, t es igual a 2 segundos y que si h es igual a 45 m, entonces t es igual a 3 segundos. Halla a y b .
- Una tortuga camina a $0,4 \text{ m/s}$ y se arrastra a $0,3 \text{ m/s}$. Si al realizar un determinado trayecto, la tortuga camina la primera parte y se arrastra la segunda, tarda 110 segundos. Si la primera parte se arrastra y la segunda parte camina, tarda 100 segundos. Halla la longitud de las dos partes.
- El perímetro de un rectángulo tiene 22 cm. Al aumentar 3 cm una de las dimensiones del rectángulo y 2 centímetros la otra su área aumenta 32 cm^2 . Encuentra las longitudes de los lados de este rectángulo.
- Averigua la edad del padre de Isabel sabiendo que el número de años que tiene es 6 veces la suma de sus cifras y que hace 9 años el número de años que tenía constaba de las mismas cifras que las de la edad que tiene ahora.
- Las edades de una madre y un hijo suman 83 años. Cuando la madre tenía la edad del hijo, sus edades sumaban 33 años. Averigua la edad de cada uno.
- A lo largo del año se han producido 11.600 accidentes de tráfico, de los que 5.600 se han debido a un exceso de velocidad. Averigua el número de coches y de motos accidentados si el 40% de los accidentes de coches y el 60% de los de motos se han producido por no llevar la velocidad adecuada.